HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS

Arquímedes. El genio de Siracusa

Alberto Rodríguez de Rivera Meneses.

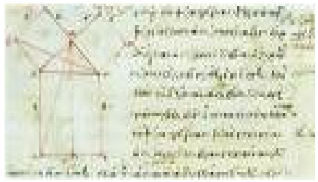
"Quien comprenda a Arquímedes y
Apolonio admirará menos los logros
de hombres posteriores ."

G. W. LEIBNIZ

La matemática griega.

Fijar un comienzo para las matemáticas griegas es muy difícil, pero se puede considerar que comienzan con Tales de Mileto (640-546, s. VI a.C.). Se le considera el primer científico por sus contribuciones astronómicas y matemáticas. Se le atribuyen las primeras demostraciones de teoremas geométricos mediante el razonamiento lógico. Algunos de esos teoremas fueron: Todo círculo se bisecta por su diámetro. Los ángulos de la base de un triángulo isósceles son iguales. Si dos triángulos son tales que dos ángulos y un lado de uno de ellos son iguales a los de otro triángulo, ambos triángulos son congruentes. Los ángulos opuestos por el vértice que forman al cortarse dos rectas son iguales. Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es un ángulo recto.

Después de Tales, Pitágoras, nacido en la isla de Samos, le da el impulso definitivo a las matemáticas con la creación de su gran escuela en Crotona a orillas del mar al sur de Italia. Se les atribuyen numerosos descubrimientos matemáticos, entre otros, la demostración del teorema de Pitágoras, o el descubrimiento de los irracionales, el cual fue uno de los acontecimientos más profundos en la historia de las matemáticas.



Teorema de Pitágoras en los Elementos de Euclides

Además, los pitagóricos elaboraron un primer grupo de cuatro disciplinas matemáticas: la aritmética, la música, la geometría plana y la geometría esférica. La doctrina pitagórica sostenía que todas las razones que rigen el mundo debían ser razones de números enteros o fraccionarios, para los pitagóricos "todo es número" ; estos puntos de vista fueron combatidos por otra escuela griega importante: la escuela Elea; su crítica tomó la forma en los trabajos de Parménides y las célebres paradojas de Zenón.

Después, podemos citar la Primera Escuela de Alejandría cuyo principal representante fue Euclides (300 a.C.). Uno de los personajes que más han influido en la historia de las matemáticas. Su obra más importante es el tratado los Elementos, cuyo contenido fue trascendental en el desarrollo de la geometría. El método euclidiano comprende, en primer lugar, una teoría general fundada sobre axiomas. Euclides llamó a sus axiomas postulados.."Los Elementos" consta de trece libros sobre geometría y aritmética. Los seis primeros libros tratan de geometría plana. Del VII al IX sobre teoría de números, el X sobre segmentos irracionales, y los tres últimos libros hablan de geometría espacial.

Por esta época es cuando surgieron los tres problemas clásicos de la matemática griega. Los cuales son: La cuadratura del circulo, la duplicación del cubo y la trisección del ángulo. Estos problemas debían resolverse utilizando solamente regla sin marcas y compás, instrumentos que, al parecer son los que utiliza Euclides en su obra. Son problemas sin solución exacta usando regla y compás, cosa que se ha probado mucho después, aunque tienen solución por otros métodos.

Posteriormente, aparecen Arquímedes y Apolonio. Apolonio fue el que introdujo en su famoso libro "Secciones Cónicas" los términos: parábola, elipse e hipérbola espiral.

Después de un largo intervalo durante el cual los progresos son escasos, surge otro fructífero periodo debido a la Segunda Escuela de Alejandría (100-300 d.C.) en la que destacan: Nicóman, Ptolomeo (con su célebre sistema del mundo), Diofanto (con sus grandes investigaciones aritméticas) y Pappus (con su obra "Colección").

Después de Arquímedes. El declive de la matemática griega.

Tras la época de Arquímedes, las matemáticas sufrieron unas transformaciones radicales. Debidos a los cambios, sociales, políticos, culturales y como no económicos de la época. El declive de la sociedad griega viene acompañado del asentamiento de la civilización romana, los romanos se preocuparon sólo por las matemáticas que precisaban para hacer frente a los problemas de la vida cotidiana, de hecho su aportación en matemáticas es prácticamente nula. Una de sus aportaciones, su sistema numérico, de funcionamiento decimal y símbolos literales, restaba agilidad a los cálculos.

Los romanos eran un pueblo práctico, poco dado a las innovaciones científicas. La mayor utilidad que sacaron a las matemáticas fue la agrimensura que utilizaba el álgebra y la geometría para medir terrenos, aplicar fronteras a las ciudades … Los agrimensores utilizaban procedimientos ya conocidos antes como el uso de triángulos congruentes y otro tipos de procedimientos utilizados por los griegos.

Una de las causas del poco uso que tuvieron los romanos de las matemáticas fue que para los romanos, los astrólogos recibían el nombre de *mathematicii* y la astrología era condenada en tiempos de los romanos. Los romanos diferenciaban entre geometría y matemáticas, la primera se enseñaba en las escuelas, pero el "arte de las matemáticas", es decir la astrología, fue condenado ya que se consideraría una herejía. Durante la Edad Media también existía esa diferenciación un claro ejemplo son las palabras de San Agustín : *"Los buenos cristianos deben cuidarse de los matemáticos y de todos los que acostumbran hacer profecías, aún cuando estas profecías se cumplan, pues existe el peligro de que los matemáticos hayan pactado con el diablo para obnubilar el espíritu y hundir a los hombres en el infierno"* (*De Genesi ad litteram*, 2, XVII, 37).

Durante varias épocas no solo no se innovó en materia científica, sino que no se hizo nada por proteger la herencia científica, y por unas causas u otras muchos libros fueron destruidos, la gran biblioteca de Alejandría fue quemada por los romanos al intentar destruir la flota egipcia. Pero el final del imperio romano no supuso un avance en términos científicos sino más un retroceso ya que tanto los cristianos como los musulmanes se dedicaron a destruir todo tipo de libros al considerarlos "paganos". Un ejemplo de esto fue que en el año 640 tras la toma de Egipto por rebelde mahometanos, los libros fueron destruidos basándose en la proclama dada por Omar, el conquistador árabe: "Los libros, o bien contienen lo que ya está en el Corán, en cuyo caso no tenemos que leerlo, o bien contienen lo contrario de lo que está en el Corán, en cuyo caso no debemos leerlo "

Breve biografía de Arquímedes

Arquímedes nació en la ciudad de Siracusa en la isla de Sicilia en 287 a.C., se cree que era el hijo de un astrónomo llamado Fidias. Aparte de esto, muy poco se sabe sobre la vida temprana de Arquímedes o de su familia. Algunos mantienen que él perteneció a la nobleza de Siracusa, lo que le permitió dedicarse al estudio.

En su juventud Arquímedes viajó a Egipto para estudiar en Alejandría, allí conoció a Eratóstenes de Cirene, director del Museo de Alejandría. Con el intercambió ideas y opiniones científicas. De su correspondencia con Eratóstenes se conoce El Método.

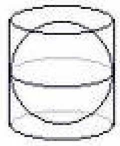
Esquema del tornillo de Arquímedes

Allí en Egipto donde hizo su primer gran invento, el tornillo de Arquímedes, una especie de máquina que servía para elevar las aguas y regar ciertas regiones del Nilo, donde no llegaba el agua durante las inundaciones.

Después volvió a Siracusa, se cuenta que Arquímedes dedicaba todo su tiempo a investigar, y que le molestaba perder tiempo en tareas tales como bañarse. Una anécdota muy conocida de él, que relata el arquitecto romano Vitruvio, es la famosa "Eureka" (que en griego quiere decir, "lo encontré"). Cuenta la leyenda que el rey Herón II de Siracusa le había dado a un orfebre una cierta cantidad de oro para que le hiciera una corona de oro puro. Cuando se la entregaron, el rey tuvo la sensación de que no era nada más oro lo que había sido usado. Le planteó la duda a Arquímedes y éste se dio a la tarea de resolver el misterio...y llegó la hora del baño. Esa vez lo aceptó sin chistar, pues estaba sumido en el problema de la famosa corona... y cuando se metió a la tina que estaba llena hasta el tope, se dio cuenta de que la cantidad de agua derramada, estaba relacionada a la cantidad de su cuerpo sumergida en el agua. Con la cara iluminada por la alegría, salió de la tina y desnudo, se fue por las calles de la ciudad gritando "Eureka! Eureka!".

Arquímedes se consideraba un geometra y era en las matemáticas donde más demostraciones y teoremas ha dejado. Pero también era un experto en aplicar principios físicos y matemáticos para la construcción de sus inventos mecánicos. Como por ejemplo palancas, poleas, catapultas, espejos ardientes,…..

Durante el sitio de Siracusa por las tropas romanas al mando del general Marcelo, Arquímedes utilizó parte de sus inventos para detener a la flota romana. La muerte de Arquímedes en 212, cuando Siracusa fue tomada por los romanos después de un largo sitio, Arquímedes estaba resolviendo un problema en el suelo, cuando un soldado romano se acercó a él y le ordenó levantarse e irle a presentar sus respetos al general romano Marcelo. Arquímedes, muy molesto porque el soldado había pisado su dibujo, le gritó "!No arruines mis esferas!"...la reacción fue inmediata: el soldado lo mató. Marcelo, que había encargado explícitamente que no mataran a Arquímedes pues sabía de su fama de gran sabio, encargó que se le hiciera un funeral de honor y esculpió en su lápida



un grabado con una imagen de una esfera dentro de un cilindro, uno de sus tratados geométricos.

Es probable que todas las anécdotas que se cuentan sobre él no sean más que meras recreaciones, pero su fama no sobrevive por las anécdotas que de él se cuentan sino por su importante desarrollo de la ciencia.

Las obras de Arquímedes:

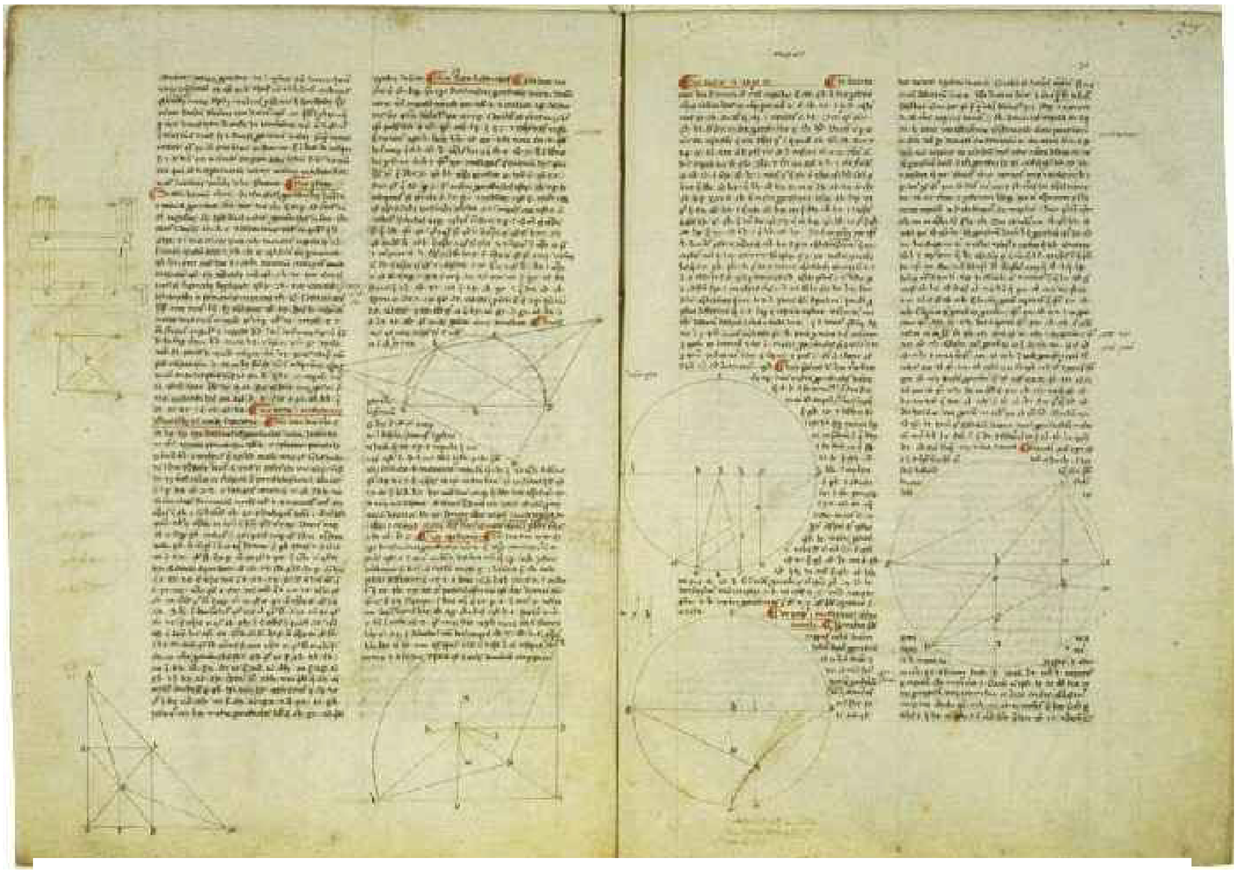
Las principales obras de Arquímedes son las siguientes:

- Sobre la cuadratura de la parábola
- Sobre la esfera y el cilindro
- Sobre espirales
- Sobre los conoides y esferoides
- Sobre la medida del círculo
- Sobre el equilibrio de los planos
- Sobre el método de los teoremas mecánicos (El método)
- Sobre los cuerpos flotantes
- Sobre la cuadratura de la parábola
- El Arenario

Las cuatro primeras son obras cuyo principal objetivo fue la demostración de teoremas relacionados con las áreas y volúmenes de superficies. Las cuatro siguientes tratan sobre problemas de hidrostática y estática. El último es un tratado en el que Arquímedes introduce una nueva numeración que más adelante detallaré.

Primer teorema de Sobre la esfera y el cilindro en el manuscrito X-I-14 en la Biblioteca del Escorial

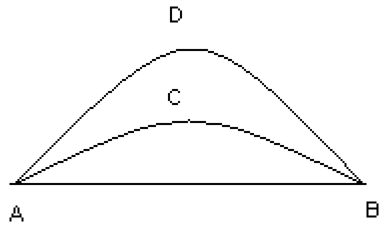
Sobre la esfera y el cilindro



Sobre la esfera y el cilindro, la parte reproducida muestra como construir un cubo cuyo volumen sea doble a uno dado.

Consta de dos libros en los que Arquímedes determina las áreas y volúmenes de esferas y cuerpos relacionados con ellas. Euclides había demostrado en sus "Elementos" que el volumen de dos esferas es entre sí como los cubos de sus diámetros, o como diríamos actualmente, que el volumen de una esfera es proporcional al cubo de su diámetro. Arquímedes demostró, una vez más, que esa constante de proporcionalidad estaba muy relacionada con π. Además de determinar el área y el volumen de la esfera, también encuentra el área lateral del cilindro. Por todo ello, está obra está considerada como una de sus cumbres más importantes, y quizás la más apreciada por él mismo, como se puede ver en su epitafio.

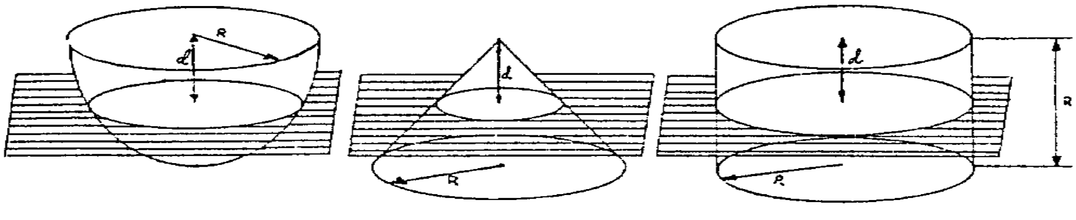
Arquímedes comienza con definiciones e hipótesis. La primera hipótesis o axioma es que entre todas las líneas que tienen los mismos extremos, la recta es la más corta. Otros axiomas se refieren a las longitudes de las curvas como el segundo axioma, que dice: de dos líneas planas convexas que unen dos puntos situados en el mismo lado de la recta que los une, y donde una de las cuales envuelve a otra, la envolvente es la de mayor longitud.



Como se puede observar en la figura la longitud de D es mayor que la de C. Después de una serie de proposiciones preliminares, en el libro I, lega a las proposiciones de gran interés que son:

Proposición 33.- La superficie de cualquier esfera es cuatro veces la de su círculo máximo. La demostración vuelve a ser una doble reducción al absurdo, suponiendo primero que la superficie de la esfera es mayor que cuatro veces la del circulo y suponiendo luego que es menor, llegando en ambos casos a una contradicción. La técnica empleada es el método de exhaución ; es decir, inscribiendo y circunscribiendo cuerpos geométricos, como conos y troncos de cono (cuyas superficies había demostrado previamente), y aproximándose desde dentro y desde fuera a la superficie de la esfera. Quedó establecido por lo tanto que $S=4\pi r^2$.
Quedaba sin embargo por demostrar otro de los resultados más importantes del libro, la

Proposición 34.- Cualquier esfera es igual a cuatro veces el cono que tiene su base igual al círculo máximo de la esfera, y su altura igual al radio de la esfera.
La demostración la hace basándose en los volúmenes del cono y del cilindro que había hallado previamente. Partiendo de una esfera cualquiera, considera un cilindro cuyo radio de la base es igual al radio de la esfera y su altura igual al radio, y un cono con base igual a la del cilindro y altura igual al radio de la esfera. Haciendo un corte horizontal en los tres cuerpos a una altura inferior al radio, demuestra que la superficie de la sección correspondiente al cilindro es igual a la suma de las superficies de las secciones correspondientes al cono y a la esfera.



Si el corte lo hacemos a una distancia d del punto más alto de la figura, entonces el radio del circulo que aparece en la esfera es la raíz de R^2-d^2. El radio del circulo que aparece en el cono es d. En el cilindro el radio es R. Por tanto, $(R^2-d^2)+\pi d^2=\pi R^2$. Lo que hoy conocemos como principio de Cavalieri implica que el volumen de media esfera más el volumen del cono es igual al volumen del cilindro. Como el volumen de este cilindro es πr^3 y el del cono $\pi r^3/3$, entonces tenemos que el volumen de la esfera completa es $4/3\pi r^3$
Como corolario de estos resultados obtiene que la relación entre una esfera y el cilindro que la

contiene es 2:3, tanto en superficie como en volumen.
Algunos teoremas del segundo libro que se refieren a segmentos esféricos son significativos, pues contienen una nueva álgebra geométrica. Por ejemplo:

Proposición 4 - Cortar una esfera con un plano de manera que los volúmenes de los segmentos obtenidos estén en una razón dada.
Este problema lleva una ecuación cúbica:

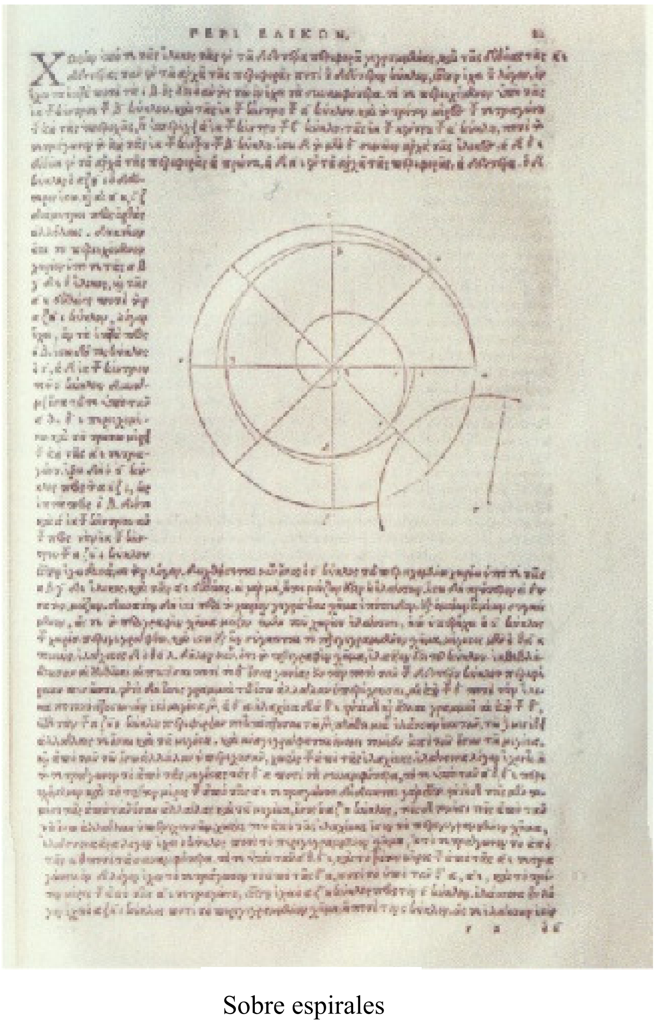
$$(a-x)/c=b^2/x^2$$

Que Arquímedes resuelve geométricamente hallando la intersección de una parábola y una hipérbola rectangular

Sobre espirales

El propio Arquímedes define la espiral como:

> *"Imagínese una línea que gira con velocidad angular constante alrededor de un extremo, manteniéndose siempre en un mismo plano, y un punto que se mueve a lo largo de la línea con velocidad lineal constante: ese punto describirá una espiral".*



Sobre espirales

Para demostrarlo Arquímedes sustituye os sectores circulares a los polígonos inscritos e inscritos y circunscritos como figuras aproximadas en el método de exhaución. Arquímedes elige sectores cada vez más pequeños, de manera que al diferencia entre el área limitada por el arco de espiral y la suma de las áreas de la cantidad finita de sectores circulares inscritos (y la suma de las áreas de la cantidad finita de sectores circulares circunscritos), se puede hacer menor que cualquier magnitud dada. Esta manera de aproximar el área no es la misa que agotar la misma añadiendo cada vez más figuras lineales. Sin embargo, en la última parte de la demostración, Arquímedes utiliza el método indirecto de demostración, igual que en el trabajo sobre la parábola y que en las demostración de Euclides por el método de las aproximaciones sucesivas.

Ahora expresaríamos la espiral de Arquímedes con la fórmula:

$$r = a\theta$$

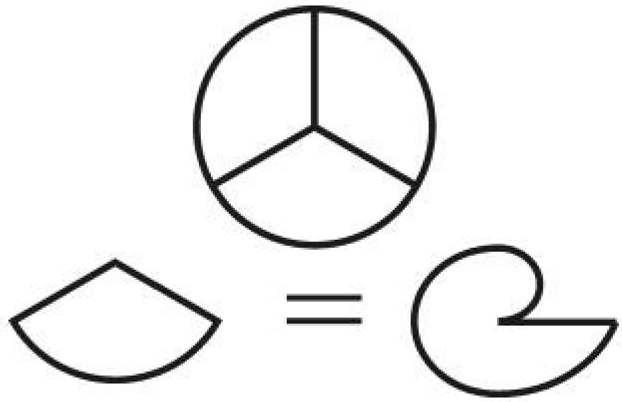
Donde r es la distancia al origen, a es una constante y θ el ángulo girado

Caracterizar la espiral, según Arquímedes, supone que:

1º Mediante el trazado de la tangente a la espiral en uno de sus puntos puede obtenerse un sección igual a la longitud de un arco de puntos puede obtenerse un sección igual a la longitud de un arco de circunferencia de radio y ángulo central dado; es decir, que mediante esta curva se puede rectificar la circunferencia o uno de sus arcos.

2ºEl área barrida por el radio vector que va tranzado la espiral en la primera revolución es la tercera parte del área del círculo cuyo radio es la porción final del radio vector. El área barrida en la segunda revolución está en razón 7/12 con el círculo cuyo radio es la posición final del radio vector.

El resultado más llamativo del trabajo vendría descrito por:
"El área limitada por la primera vuelta de la espiral y el área inicial es igual a un tercio del primer círculo"
Es decir el área será igual a $(\pi(2\pi a)^2)/3$



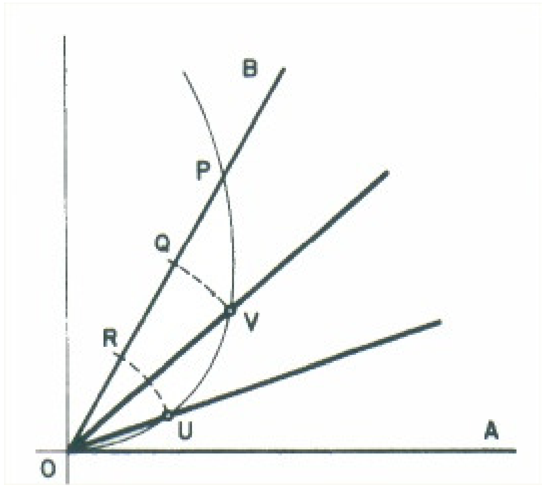
Otros resultados que obtiene Arquímedes :
"El área barrida por el radio en la segunda vuelta es 6 veces el área de la primera vuelta".
"El área barrida en la segunda revolución está en razón 7/12 con el círculo cuyo radio es la

posición final del radio vector"
Arquímedes va mucho más allá y demuestra que las áreas de los sucesivos anillos vienen dada

$$R_{n+1} = \frac{n}{n-1} R_n$$

por esta fórmula

Aplicaciones para la espiral, Arquímedes con su espiral es capaz de trisecar de un ángulo cualquiera, pero su espiral no se puede dibujar con regla y compás, por lo que no soluciona el problema clásico.



Basta hacer coincidir el vértice del ángulo con el origen de la espiral, dividir el segmento que va desde el origen al punto de corte de la espiral con el segundo lado del ángulo en tres partes iguales y trazar por esos puntos arcos de circunferencia hasta que corten a la espiral.

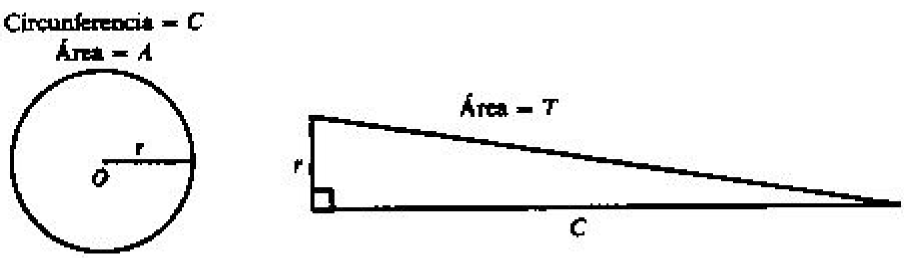
Si unimos el origen con esos puntos de corte tendremos los tres ángulos que dividen al original en tres partes iguales

También usando su espiral, Arquímedes logra cuadrar el círculo ya que con la espiral es capaz de obtener $\pi/2$. Lo que le permite cuadrar el círculo.

<u>Sobre la medida del círculo</u>

Este libro se basa en tres proposiciones:

Prop. 1: El área de cualquier círculo es igual a la de un triángulo rectángulo en el cual uno de los catetos es igual al radio y el otro a la circunferencia del círculo.



Prop. 2: El área del círculo es al cuadrado de su diámetro 11 a 14 (el círculo es los 11/14 del cuadrado circunscrito si la longitud de la circunferencia es 3+ 1/7 veces el valor del diámetro)

Prop. 3: El perímetro de todo círculo es igual al triple del diámetro aumentando en un segmento comprendido entre 10/71 y 1/7 de dicho diámetro (lo que equivale a decir que el perímetro del círculo es menor que los 3 + 1/7 del diámetro puesto que es superior a los 3 + 10/71 de este diámetro)

Dem.1:
Arquímedes para demostrar la proposición anterior, tiene que desechar que $A < T$ y que $A > T$ y así solo seria posible que $A=T$.

Supongamos que $A>T$
Esto quiere decir $A-T>0$. Arquímedes sabía que dentro del círculo se podía inscribir un polígono regular cuya área difiriera de la del círculo en una cantidad positiva (llamemos S al área del polígono inscrito)

$$A-S < A-T$$

Sumando a los dos miembros la cantidad S+T-A tendremos:

$$A-S+S+T+A < A-T+S+T-A$$

Es decir

$$T < S$$

Pero esto es absurdo ya que $T=½rC$ y el área de un polígono es $S=½hP$ donde h es la apotema y P el perímetro del polígono. Entonces como el polígono está inscrito en la circunferencia, $h<r$ y $P<C$. llegamos a una contradicción.

$$S= ½hP < ½Rc=T$$

$$S < T \qquad \text{CONTRADICCIÓN.}$$

Supongamos ahora que $A<T$

Si se circunscribe un polígono de área L, dicha área será mayor que A el área del círculo. Entonces tendremos que

$$L-A < T-A$$

$$L < T$$

Pero en este polígono, su apotema $h = r$, mientras que su diámetro $P > C$. Luego:

$$L= ½hP > ½rC=T$$

$$L > T \qquad \text{CONTRADICCIÓN.}$$

Luego queda demostrado que $A=T$.

<u>**Dem:**</u> Arquímedes busca la razón de la circunferencia. Para hallarla utiliza como siempre los polígonos regulares inscritos y circunscritos, con una excepción, en vez de considerar sus áreas, se centra en sus perímetros.

Si designamos por I_6, I_{12}, ... I_{96}, los perímetros de los polígonos regulares inscritos y por C_6,

C_{12},... C_{96} los de los polígonos regulares circunscritos, Arquímedes llegó a la conclusión de que

$$C_{2n} = \frac{2\,C_n I_n}{C_n + I_n} \qquad I_{2n} = \sqrt{C_{2n} \cdot I_n}$$

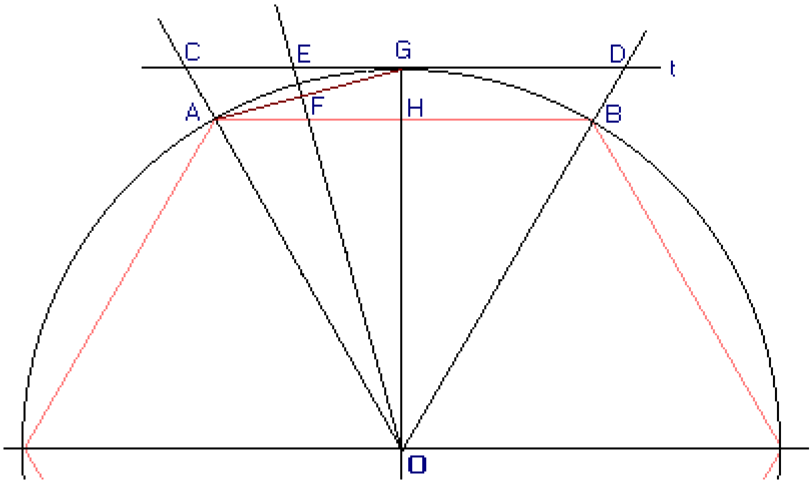
es decir, los perímetros de los polígonos regulares inscritos y circunscritos de doble número de lados vienen dados por las medias armónicas y geómetricas

Veamos cómo llegó Arquímedes a este resultado:
Consideró el hexágono inscrito y circunscrito a la circunferencia.
Resulta:

$I_6 = 6$ AB $= 12$ AH

$C_6 = 6$ CD $= 12$ CG En el triángulo COG, al ser OE la bisectriz de dicho ángulo, resulta

$$\frac{EG}{EC} = \frac{OG}{OC} = \frac{OA}{OC}$$



Como los triángulos COG y AOH son semejantes

$$\frac{OA}{OC} = \frac{AH}{CG}$$ y multiplicando y dividiendo por 12

$$\frac{OA}{OC} = \frac{AH}{CG} = \frac{12\,AH}{12\,CG} = \frac{I_6}{C_6}$$ Por tanto, resulta:

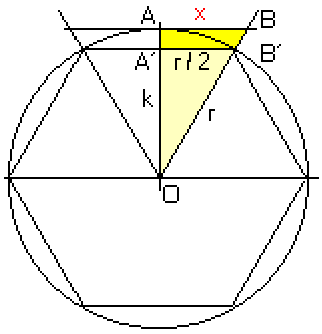
$$\frac{EC}{EG} = \frac{C_6}{I_6}$$ Sumando 1 a ambos miembros de dicha proporción y operando

$$\frac{EC}{EG} + 1 = \frac{C_6}{I_6} + 1$$

$$\frac{EC + EG}{EG} = \frac{C_6 + I_6}{I_6}$$

$$\frac{I_6}{C_6 + I_6} = \frac{EG}{CG} = \frac{24\,EG}{24\,CG} = \frac{C_{12}}{2\,C_6}$$ (pues EC + EG =CG)

$$C_{12} = \frac{2\,C_6 I_6}{C_6 + I_6}$$



A continuación Arquímedes determina el lado del hexágono circunscrito para así obtener el perímetro C_6
En OA'B' aplicando el teorema de Pitágoras resulta:

$$k = \frac{r\sqrt{3}}{2}$$

Como los triángulos OAB y OA'B' son semejantes

$$\frac{x}{\frac{r}{2}} = \frac{r}{k}$$

de donde

$$x = \frac{r\sqrt{3}}{3}$$

Aquí surgió el primer problema, ya que para calcular el perímetro necesitaba obtener $\sqrt{3}$. Así es como Arquímedes sorprende de nuevo a los matemáticos modernos, dando la siguiente aproximación :

$$^{265}/_{153} < \sqrt{3} < {}^{1.351}/_{780}$$

Arquímedes continuó dividiendo por la mitad los lados del dodecágono, para obtener un polígono regular de 24 lados, luego de 48 y finalmente de 96. En cada cálculo tuvo que aproximar raíces cuadradas. Al llegar al de 96 lados obtuvo:

A partir de dichas expresiones, tomando como valor de r = 0,5 (tomaremos aproximación hasta las milésimas) tendremos:

$I_6 = 6\ r = 3$	$C_6 = 12\ x = 3{,}464$
$I_{12} = 3,\ 105$	$C_{12} = 3,\ 215$
$I_{24} = 3,\ 132$	$C_{24} = 3,\ 159$
$I_{48} = 3,\ 139$	$C_{48} = 3,\ 146$
$I_{96} = 3,\ 141$	$C_{96} = 3,\ 142$

Lo que nos dice que

$$I_{96} = 3,\ 141 < \pi < 3,\ 142 = C_{96}$$

Con lo que tenemos una primera aproximación del número π
Todos estos cálculos, añadidos a un sistema de numeración complicado, y sin conocer el calculo de raíces cuadradas, nos dan una prueba de su capacidad.

El método

Esta es la obra más estudiada de Arquímedes puesto que nos a llegado con mayor exactitud. El texto fue descubierto en 1906 por Heiberg. Tuvo noticias del hallazgo en el convento del Santo Sepulcro de Constantinopla de un palimpsesto de contenido matemático. Un palimpsesto es un pergamino en el que el primer texto escrito fue lavado para poder volver a escribir una nueva obra, en este caso un libro de oraciones de la iglesia ortodoxa.

El texto de un libro de oraciones (horizontal) fue escrito sobre el texto griego original

Examinando el texto con técnicas fotográficas, Heiberg descubrió que en el pergamino había escritas obras de Arquímedes que habían sido copiadas alrededor del siglo X. En sus 185 páginas estaban Sobre la esfera y el cilindro, Sobre las espirales, La medida del círculo, Sobre el equilibrio de los planos y Sobre los cuerpos flotantes además de la única copia de El método.

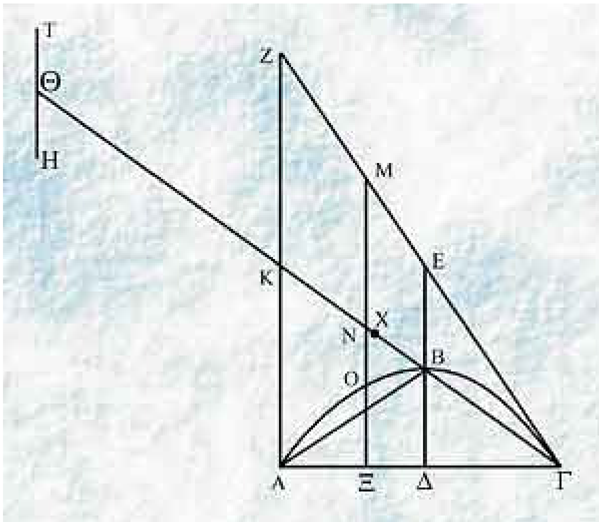
Durante la primera Guerra Mundial el texto volvió a desaparecer, reapareciendo en 1998, en una de las célebres subastas de la Galería Christie y un coleccionista anónimo lo adquirió por dos millones de dólares y lo donó, para su cuidado, al Museo Walters de Baltimore.

La particularidad de este libro radica en el uso de la experimentación previa a la hora de resolver los problemas. Arquímedes en una carta a Eratóstenes lo expresa de la siguiente manera:

> *"será posible captar ciertas cuestiones matemáticas por medios mecánicos, lo cual, estoy convencido, será útil para demostrar los mismos teoremas. Yo mismo, algunas de las cosas que descubrí por vía mecánica, las demostré luego geométricamente, ya que la investigación hecha por este método no implica verdadera demostración. Pero es más fácil, una vez adquirido por este método, un cierto conocimiento de los problemas, dar luego la demostración, que buscarla sin ningún conocimiento*

previo"

Las características de este método exhaustivo son esencialmente:
Llamemos X a una figura o sólido plano cuyo volumen o área se desconozcan. El método consiste en pesar elementos infinitesimales de X comparándolo con los de una figura Y de la que se conoce su área, volumen y su centro de gravedad. Para conseguir un equilibrio se dispone de un eje de tal manera que las figuras se encuentren en la misma recta, entonces los centros de gravedad de estas figuras infinitesimales están en algún punto del eje. El eje se convierte en el brazo de una balanza.
El propósito de Arquímedes consiste en balancear los elementos de X, aplicándolos todos en un único punto de la palanca, mientras los de Y permanecen en su sitio. Como el centro de gravedad, el volumen y su área son conocidos, se imagina Y como una masa que actúa sobre su centro de gravedad. Si X e Y están situados en sus puntos respectivos, conocemos las distancias de los centros de gravedad al punto de aplicación de la palanca. Así, se calcula el área o volumen de X.



Proposición 1: Sea ABΓ el segmento de una parábola limitado por la recta AΓ y la parábola ABΓ, y sea Δ el punto medio de AΓ. Trazar la recta ΔBE paralela al eje de la parábola y unir A con B y B con Γ. Entonces el segmento ABΓes 4/3 del triángulo ABΓ.

Demostración:
Desde A, trazar AKZ paralela a ΔBE; los puntos E y Z los encuentra en la intersección de la tangente a la parábola en Γ y las perpendiculares desde A y Δ. trazar ΓB y prolongar hasta K (en la recta AZ) y prolongar hasta Θ de tal manera que ΘK = ΓK.
ΘΓ será el brazo de la palanca y K su punto medio. Sea MΞ una recta paralela a EΔ que corta en M, O, Ξ a la tangente, la parábola y la base respectivamente. EB = ΔB y AK = KZ (por ser la tangente y la semiordenada, esto se demuestra según Arquímedes en los elementos de las cónicas de Aristeo y Euclides).
Ahora por la propiedad de la parábola probada en su libro cuadratura de la parábola

$$M\Xi/\Xi O = \Gamma A/\Xi A$$

Medir TH igual a ΞO y colocarla en su centro de gravedad en H, de manera que TΘ = ΘH, entonces puesto que N es el centro de gravedad de MΞ, se tiene MΞ/TH = ΘK/KN. Según el libro de los equilibrios, se desprende que TH en Θ y MΞ en N están en equilibrio alrededor de K. Además K es el centro de gravedad de todo el sistema
Puesto que el triángulo ΓZA está constituido por todas las paralelas como MΞ, y el segmento ΓBA está constituido por todas las paralelas como OΞ bajo la curva limitada por AΓ, se desprende que el triángulo ABΓ(= <ABΓ>) está en equilibrio alrededor de K con el segmento ΓBA situado con su centro de gravedad en H.

Dividir $K\Gamma$ de manera que $\Gamma K = 3KX$, entonces X es el centro de gravedad del triángulo $A\Gamma Z$. Además:

$$<A\Gamma Z>/ABC = HK/KX = 3$$

De donde

$$ABC = 1/3<A\Gamma Z>$$

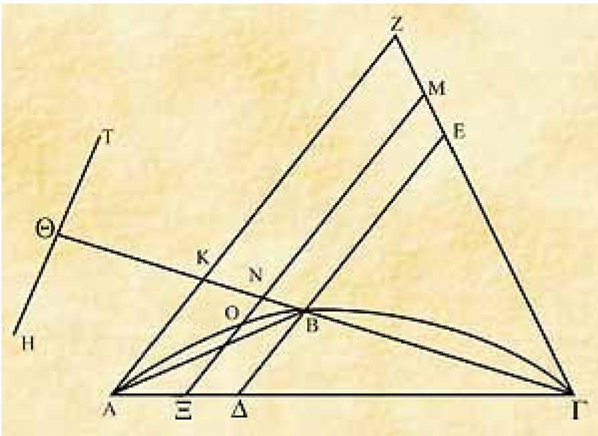
Pero

$$A\Gamma Z = 4 <AB\Gamma>$$

Luego

$$ABC = 4/3 <ABC>.$$

Pero está demostración no corresponde a Arquímedes Reviel Netz, un estudioso de Arquímedes, nos cuenta en su artículo "The origins of mathematical physics: new light on an old question" que el dibujo encontrado en el palimpsesto de Arquímedes es este otro



En la primera figura todo es técnicamente correcto, pero en la segunda no es del todo correcto. Por ejemplo las relaciones de tamaño no se cumplen $KB = \frac{1}{2}\Theta K$ no se puede considerar cierto en la segunda figura, y además la primera figura tiene un segmento parabólico y la segunda tiene un segmento de un círculo.
Netz continua explicando que esta seria probablemente la razón por la que Heiberg eligió no hacer caso a los diagramas del manuscrito y en lugar de los auténticos, produjo los suyos corrigiendo figuras. Al hacer esto, quizás, haya suprimido una importante caracterización sobre Arquímedes ya que:

-los diagramas del palimpsesto provienen de la antigüedad, probablemente de Arquímedes mismo.

-los diagramas exhiben una lógica visual constante. Mientras Heiberg representa figuras y cocientes, Arquímedes producía figuras esquemáticas . Sus diagramas demuestran relaciones de configuración e identidad, que objetos participan, como son sus relaciones … Hay poca tentativa de demostrar la forma verdadera.

Si estas conjeturas de Netz son ciertas no habría que pensar que la figura estuviese mal. Es más el palimpsesto nos daría una forma de entender la capacidad de Arquímedes y como visualizaba el los problemas.

El Arenario

Aunque la mayoría de la obra de Arquímedes radica en la geometría y en aplicaciones físicas en esta obra se puede apreciar su creatividad. En esta obra Arquímedes intenta probar que el numero de gramos de arena no es infinito sino que existen unos números cuyo orden de magnitud es como el numero de granos de arena que hay en el universo. Arquímedes lo expresa así:

> "*Hay algunos que creen que el número de granos de arena es infinito en cantidad y por arena entiendo no sólo la que existen en Siracusa y el resto de Sicilia, sino también la que se encuentra en cualquier región habitada o sin habitar. Hay también algunos que, sin considerarlo infinito, creen que no existe una cifra lo bastante grande para exceder a su magnitud. Y está claro que quieren mantienen esta opinión, si imaginasen una masa hecha de arena en otros aspectos tan grande como la masa de la Tierra, incluyendo en ella todos los mares y las cavidades de la Tierra llenadas hasta una altura igual a la de las montañas más altas estarían muchas veces lejos de reconocer que se pueda expresar ningún número para exceda a la magnitud de la arena así conseguida. Pero intentaré demostraros por medio de puntos geométricos que seréis capaces de seguir, que los números nombrados por mi… algunos exceden no sólo al número de la masa de arena igual en magnitud a la de la Tierra llena de la forma descrita, sino al de la masa igual en magnitud al Universo"*

El sistema de numeración de Arquímedes consistía en lo siguiente utilizaba al principio una miríada o 10.000, como unidad de primer orden y obtenía por extensión el número100.000.000 $=(10.000)^2$. Después partiendo de la miríada de la miríada como magnitud de primer orden llegaba por extensión hasta $100.000.000^2$ que se convierte en la unidad de tercer orden que extendiendo llega hasta $100.000.000^3$, podemos continuar hasta llegar al término 1.000.000.000-ésimo que termina en el número $100.000.000^{100.000.000}$ al que llamaremos N.
Arquímedes utililizaba este número N como el último término del primer período. Utilizaba este N como unidad del segundo período el cual se extendía hasta 100.000.000 N para el primer orden, el segundo orden de este periodo termina con el número 100.000.0002 y el 100.000.000-ésimo orden del segundo periodo termina con $100.000.000^{100.000.000}$ N ó lo que es lo mismo N2. Así de esta manera se puede llegar hasta el 100.000.000-ésimo período o lo que es lo mismo N elevado a 10^8.
Se puede comprobar que la magnitud de este sistema de numeración es enorme, el último número del primer período se representaría como un 1 seguido de 800.000.000 ceros. Una establecido este sistema y con una evaluación que hizo Arquímedes sobre el universo y la de un gramo de arena , afirmó que el número de granos de arena que había en el universo era menor que 10^{51} .

Bibliografía:

-KLINE, M. El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días (Vol. I). Alianza.
-Collette, Jean-Paul. Historia de las matemáticas (vol. I). Siglo XXI
-Durham, W. Viaje a través de los genios. Pirámide.
-Torija Herrera, R. Arquímedes. Alrededor del círculo. Nivola
-NETZ, R. "The origins of mathematical physics: new light on an old question", artículo on-line en Physics Today on the Web. http://aip.org/pt/june00/origins.htm
-Durán Guardeño, A. Los manuscritos griegos de Arquímedes en la Biblioteca del Real Monasterio del Escorial. Ponencia: Symposium Arquímedes. Fundación Orotava de Historia de la Ciencia. Congreso de la R.S.M.E. (31/12/02) prepint en la web www.mpiwg-berlin.mpg.de/Preprints/P239.PDF
-Mederos Martín, C. Arquímedes y la Geometría Dinámica. Ponencia: Symposium Arquímedes. Fundación Orotava de Historia de la Ciencia. Congreso de la R.S.M.E. (31/12/02) prepint en la web www.mpiwg-berlin.mpg.de/Preprints/P239.PDF
-Maracchia, S. Archimede e il problema comlementare: un ponte tra geometria e algebra. -Ponencia: Symposium Arquímedes. Fundación Orotava de Historia de la Ciencia. Congreso de la R.S.M.E. (31/12/02) prepint en la web www.mpiwg-berlin.mpg.de/Preprints/P239.PDF
-Historia de la geometría griega. Seminario Orotava. Historia de la ciencia. Actas. Libro on line en http://nti.educa.rcanaria.es/fundoro/pub_actas1.htm
-http://www.thewalters.org/archimedes/plimpsest.html
-http://www.arrakis.es/~mcj/circulo.htm
-www.divulgamat.net/weborriak/Historia/MateOspetsuak/Inprimaketak/**Arquimedes**.asp