



# GUIÓN DE APRENDIZAJE

## UNIDAD III: TRIGONOMETRIA

[EDWIN DURAN BLANDÓN]

N° DE SEMANAS: [3]

[DOCENTE MATEMÁTICAS SEDE UIS BARRANCABERMEJA]

N° DE HORAS/SEMANA: [6]

Actualización: *26 de Octubre de 2013*

### SALUDO DE BIENVENIDA

Bienvenidos al módulo que apoyará la unidad de trigonometría de las Matemáticas de Nivel Introductorio, la cual hace parte de su plan de estudios en su ciclo de formación. A través de esta guía desarrollará actividades utilizando recursos tecnológicos, los cuáles permitirán apoyar su proceso de aprendizaje y generar espacios de comunicación e interacción, que generarán competencias tecnológicas, comunicativa y de resolución de problemas bajo un modelo B-Learning.

### IMPORTANCIA DE LA UNIDAD

La trigonometría, como área importante de las matemáticas previas al cálculo, le permitirán desarrollar habilidades de pensamiento y diseñar estrategias eficaces en el proceso de resolución de problemas, estrategia de aprendizaje sobre la cual está estructurada esta unidad.

Es importante que usted tome este guión de aprendizaje como una propuesta para su crecimiento intelectual matemático, que se involucre en la discusión y en la búsqueda de soluciones de las situaciones problemáticas que se proponen, así puede participar y apropiarse de la construcción de las nociones matemáticas necesarias para su vida.

La Trigonometría, será su herramienta básica en la formación de pensamientos matemáticos que solucionarán problemas relacionados con triángulos, los cuáles son la base de las matemáticas que abordará en pregrado, especialmente en los cálculos diferencial e integral.

## OBJETIVOS DE LA UNIDAD

El aprendizaje de los contenidos de esta unidad le permitirá:

- Identificar la Trigonometría como un área de las matemáticas dedicada al estudio de los triángulos, sus medidas de lados y ángulos, así como su aplicación en la vida cotidiana, analizando sus antecedentes históricos.
- Identificar y utilizar las formas para resolver un triángulo a través de las relaciones trigonométricas, el teorema de Pitágoras y las leyes del Seno y Coseno.
- Identificar y utilizar las diversas identidades trigonométricas para demostrar otras identidades trigonométricas y resolver ecuaciones trigonométricas.
- Implementar el uso del software Geogebra, como complemento en el proceso de aprendizaje de la unidad de Trigonometría.

## PLAN DE APRENDIZAJE

| Unidades de aprendizaje  | Metas de aprendizaje por unidad   | Productos        | Actividades   | Contenido temático   | Clase N° | % Evaluación |
|--|---|------------------|---|--|----------|--------------|
| <b>Unidad 0.<br/>Historia de la Geometría Analítica</b>                    | -Comprender el proceso histórico que dio origen a la trigonometría  | Análisis en Foro | Realización de la lectura sobre historia de la trigonometría y participación en foro de discusión. (Virtual)  | Historia de la Trigonometría   |          | 3%           |
| <b>Unidad 1.<br/>ángulos</b>   | -Identificar los sistemas de medidas de ángulos existentes  | Taller 1         | -Explicación en clase sobre medidas de ángulos (clase)<br>-Revisión de documento sobre medida de ángulos para profundizar contenido. (Virtual)<br><br>-Resolver el taller de conversión de ángulos a los diversos sistemas(Clase) | Medida de ángulos  | 1 y 2    | 4%           |
| <b>Unidad 2 -<br/>Relaciones Trigonométricas,<br/>Teorema de Pitágoras</b> | -Resolver situaciones problemáticas utilizando el triángulo rectángulo, teorema de Pitágoras y las relaciones trigonométricas | -Taller 2        | -Explicación en clase sobre solución de triángulos rectángulos (clase).<br>-Revisión de documento sobre relaciones  | Relaciones Trigonométricas, Teorema de Pitágoras, solución de triángulos rectángulos | 2 y 3    | 4%.          |

| Unidades de aprendizaje                                | Metas de aprendizaje por unidad  | Productos | Actividades   | Contenido temático                        | Clase N° | % Evaluación |
|--|--|-----------|---|---|----------|--------------|
|  |  |           | trigonométricas y el triángulo rectángulo. (Virtual)<br>-Resolver el taller de Solución de problemas con triángulo rectángulos(Clase)   |   |          |              |
| <b>Unidad 3 - Solución de Triángulos Oblicuángulos</b> | -Resolver situaciones problemáticas utilizando triángulos oblicuángulos, por medio de la ley del Seno y Coseno | -Taller 3 | -Explicación en clase sobre solución de triángulos no rectángulos (clase)<br>-Revisión de documento sobre solución de triángulos oblicuángulos. (Virtual)<br>-Resolver el taller de Solución de problemas con triángulos oblicuángulos(Clase)<br>- Quiz en clase<br>-Quiz virtual | Ley del Seno<br>Ley del Coseno            | 4 y 5    | 8%.          |
| <b>Unidad 4- Graficas de Funciones Trigonométricas</b> | -Construir las gráficas de las funciones trigonométricas utilizando Geogebra                                   | -Practica | -Utilización de Geogebra para graficar las funciones trigonométricas (Sala informática).  | Graficas de las funciones trigonométricas | 6        | 3%           |

| Unidades de aprendizaje   | Metas de aprendizaje por unidad  | Productos                            | Actividades  | Contenido temático  | Clase N° | % Evaluación |
|---|--|--------------------------------------|--|---|----------|--------------|
|   |  |                                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>-Revisión de documento sobre Graficas de funciones trigonométricas. (Virtual)</li> </ul>  |   |          |              |
| <b>Unidad 5–<br/>Identidades<br/>y<br/>ecuaciones<br/>Trigonométricas</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>-Demostrar y verificar identidades trigonométricas a partir de las identidades elementales y fundamentales</li> <li>-Resolver ecuaciones trigonométricas</li> </ul> | - Taller 4                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Explicación sobre demostración de identidades y solución de ecuaciones trigonométricas (clase).</li> <li>-Revisión de documento sobre identidades y ecuaciones trigonométricas (Virtual)</li> <li>-Resolver el taller de identidades y ecuaciones trigonométricas (clase)</li> <li>- Quiz en clase</li> <li>- Quiz 2 virtual</li> </ul> | Identidades trigonométricas<br>Ecuaciones Trigonométricas | 7, 8 y 9 | 8%.          |
|   |  | Parcial 3                            |  |   |          | 60%          |
|   |  | Revisión de Portafolio de evidencias |  |   |          | 10%          |



# UNIDAD 0: HISTORIA DE LA TRIGONOMETRÍA

## PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

Las nuevas tecnologías amplían el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tienen, enriquecen el currículo lo llevan a evolucionar.

El software Geogebra es una poderosa herramienta para descubrir, comprender los diferentes conceptos de la asignatura Cálculo I, mediante la estrategia de aprendizaje “Resolución de problemas”, pues es a través de ésta como se desarrollan habilidades de pensamiento.

Una de las principales ventajas de este software es la dinamización del aprendizaje pues el estudiante a través de la interacción con el software va construyendo su propio conocimiento y va deduciendo, a partir de ejemplos particulares, las reglas generales a utilizar en la asignatura.

Este Software es esencial en el aprendizaje del cálculo dado que posee un conjunto de componentes estrechamente ligados como lo son la entrada algebraica, el manipulador gráfico y el plano cartesiano, los cuales hacen que se proporcione un enfoque de exploración para la construcción de conceptos fundamentales como lo es la derivada.

### 1. META DE APRENDIZAJE

Comprender el proceso histórico que dio origen a la trigonometría

### 2. PRODUCTOS UNIDAD 0

Participación en foros

### 3. CONTENIDOS

Historia de la Trigonometría

### 4. MATERIALES Y RECURSOS ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD

–Documento pdf sobre la historia de la Trigonometría

–Plataforma Moodle

### 5. TIEMPO

Se asigna un tiempo de 2 horas como mínimo para que el estudiante desarrolle esta actividad virtual, ya que el estudiante es quien define el tiempo para desarrollarla, pero se espera que la haga al iniciar la unidad, es decir la primera semana.

## 6. EVALUACIÓN

La evaluación de esta unidad es formativa y sucede a través del curso, pues los estudiantes deben resolver algunos ejercicios de los talleres, quices virtuales y participar en los foros de la plataforma Moodle.

# UNIDAD 1: ANGULOS

## PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

En esta unidad iniciamos destacando algunos problemas de cambio y movimiento, fundamentales para el mundo en contextos físicos, como el movimiento rectilíneo uniforme, más generales como magnitudes cuyos valores son dependientes del tiempo e inclusive situaciones donde se tienen magnitudes que no dependen del tiempo. Además se modelarán situaciones cotidianas a través de magnitudes que manifiestan crecimiento y/o decrecimiento. Al mismo tiempo implementará el software Geogebra con el fin de complementar el conocimiento acerca de las funciones y su gráfica.

## 1. META DE APRENDIZAJE

-Identificar y utilizar los sistemas de medidas de ángulos existentes

## 2. ACTIVIDADES Y PRODUCTOS UNIDAD 1

### Actividades

Para alcanzar los logros deseados en esta unidad se realizan las siguientes actividades:

- Inicialmente el docente plantea preguntas iniciales para definir los preconceptos de los estudiantes, sobre lo que entienden por ángulos.
- El docente explica el concepto de ángulo, los sistemas de medidas de ángulos, y ejemplos de conversión de un sistema a otro.
- El docente recomienda a los estudiantes revisar los documentos virtuales de la plataforma Moodle para profundizar el tema y ver ejemplos resueltos.
- Luego deben descargar el Taller 1, leerlo detenidamente y resolver cada uno de los ítems, de acuerdo al estudio previo.
- Si tiene alguna duda escríbale a su docente en el foro de “Inquietudes” o asista al horario de consulta, allí podrá superar las dificultades presentadas.
- Entregue el Taller 1 resuelto en la fecha indicada por su docente y anéxarlo en el portafolio de evidencias.

## 3. CONTENIDOS

Angulo, tipos de ángulos, Sistema Sexagesimal, Sistema cíclico.

## 4. MATERIALES ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD

-Taller

1.

- Documentos digitales en plataforma Moodle y foro de inquietudes en plataforma.

## 5. TIEMPO

El estudiante dispone de 2 clases (4 horas) para ejecutar la unidad en actividades presenciales, de los cuales dedicará a la lectura total de la unidad, a comprender los ejemplos, a formularse preguntas y a desarrollar tanto los ejercicios sugeridos como las situaciones planteadas en el Taller 1. Así mismo, debe revisar los documentos virtuales de la plataforma lo que debe asignar un tiempo mínimo de 8 horas, que corresponden al doble de las horas presenciales, es decir el tiempo independiente que éste utiliza en su estudio.

## 6. EVALUACIÓN

-El Taller 1 consta de ejercicios de conversión de ángulos a los diversos sistemas. Este taller tiene un peso de 4% del 30% correspondiente a quices y talleres, debe presentar el taller en la fecha indicada y anexarlo al portafolio. En caso de no entregar el taller en la fecha indicada se afectará su nota.

### INDICADORES DE EVALUACIÓN

El estudiante a través del taller debe mostrar que:

- Comprender el concepto de ángulo y sus tipos.
- Convierte ángulos en grados a radianes y viceversa.

-Es responsable con los tiempos de entrega de talleres y utiliza los recursos virtuales para apoyar su aprendizaje.



# UNIDAD 2 – SOLUCIÓN DE TRIANGULOS RECTÁNGULOS

## PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

La solución de triángulos rectángulos es sencilla y requiere el uso del Teorema de Pitágoras y las relaciones trigonométricas. Es así que esta unidad se utiliza el teorema de Pitágoras, y las relaciones: Seno, Coseno, Tangente, Secante, Cosecante y Cotangente para no sólo solucionar triángulos rectángulos sino resolver problemas donde se involucre su uso.

### 1. METAS DE APRENDIZAJE

–Resolver situaciones problemáticas utilizando el triángulo rectángulo, teorema de Pitágoras y las relaciones trigonométricas

### 2. ACTIVIDADES Y PRODUCTOS UNIDAD 2

#### Actividades

Para alcanzar los logros deseados en esta unidad debe realizar las siguientes actividades:

- El docente parte de los preconceptos de los estudiantes, formulando preguntas sobre lo que conoce sobre cómo se resuelve un triángulo rectángulo.
- Luego se da clase magistral para dar la explicación en clase sobre solución de triángulos rectángulos.
- Se recomienda al estudiante la revisión de documento sobre relaciones trigonométricas y el triángulo rectángulo. (Virtual)

-Resolver el taller 2 de Solución de problemas con triángulo rectángulos (Clase). Este debe ser bajado de la plataforma Moodle.

### 3. MATERIALES ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD

- Documento guía en plataforma virtual sobre Solución de Triángulos rectángulos
- Taller 2.
- 

### 4. TIEMPO

El estudiante dispone de 2 clases (4 horas) para ejecutar la unidad, de los cuales dedicará a la lectura total de la unidad, a comprenderlos ejemplos, a formularse preguntas y a desarrollar tanto los ejercicios sugeridos como las situaciones planteadas en el Taller 2. Así mismo, debe revisar los documentos virtuales de la plataforma lo que debe asignar un tiempo mínimo de 8 horas, que corresponden al doble de las horas presenciales, es decir el tiempo independiente que éste utiliza en su estudio.

### 5. EVALUACIÓN

-El Taller 2 consta de ejercicios y problemas propuestos, los cuales tienen una ponderación del 4% del 30% que corresponde a quices y talleres, debe presentar el taller en la fecha indicada y anexarlo al portafolio. En caso de no entregar el taller en la fecha indicada se afectará su nota.

#### INDICADORES DE EVALUACIÓN

El estudiante a través del taller debe mostrar que:

-Usa la definición de relación trigonométrica para resolver triángulos rectángulos

-Utiliza el Teorema de Pitágoras en la solución de Triángulos rectángulos.

- Es responsable con los tiempos de entrega de talleres y utiliza los recursos virtuales para apoyar su aprendizaje.



# UNIDAD 3 – SOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS NO RECTÁNGULOS

## PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

La solución de triángulos no rectángulos es sencilla y requiere el uso de las leyes del Seno y Coseno, sin embargo en general un triángulo no rectángulo se puede transformar en dos triángulos rectángulos y por ende aplicar las relaciones trigonométricas y el teorema de Pitágoras. Es así que esta unidad se utiliza dichas leyes, pero sin dejar de lado lo visto en la solución de triángulos rectángulos para no sólo solucionar triángulos no rectángulos sino resolver problemas donde se involucre su uso.

## 1. META DE APRENDIZAJE

Resolver situaciones problemáticas utilizando triángulos oblicuángulos, por medio de la ley del Seno y Coseno

## 2. ACTIVIDADES Y PRODUCTOS UNIDAD 3

### Actividades

Para alcanzar los logros deseados en esta unidad debe realizar las siguientes actividades:

- El docente parte de los preconceptos de los estudiantes, formulando preguntas sobre lo que conoce sobre cómo se resuelve un triángulo no rectángulo.
- Luego se da la explicación en clase sobre solución de triángulos no rectángulos utilizando las leyes del seno y coseno, dando los ejemplos del caso.
- Luego el estudiante puede revisar los documentos virtuales sobre solución de triángulos oblicuángulos y profundizar sobre el tema. (Virtual)
- Resolver el taller 3 de Solución de problemas con triángulos no rectángulos (Clase). Este debe ser bajado de la plataforma Moodle.

- Quiz en clase sobre los visto hasta el momento. Se asigna un tiempo de 1 hora para la evaluación.
- Paralelamente, se plantea un Quiz virtual en plataforma Moodle que complemente la evaluación de los temas.

### 3. CONTENIDOS

Ley del Seno, Ley del Coseno.

### 4. MATERIALES ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD

- Documento virtual sobre solución de triángulos no rectángulos.
- Taller 3.
- Foro de discusión de dudas en relación al taller

### 5. TIEMPO

El estudiante dispone de 2 clases (4 horas) para ejecutar la unidad, de los cuales dedicará a la lectura total de la unidad, a comprenderlos ejemplos, a formularse preguntas y a desarrollar tanto los ejercicios sugeridos como las situaciones planteadas en el Taller 3. Así mismo, debe revisar los documentos virtuales de la plataforma y realizar el quiz virtual que consta de 5 preguntas, lo que debe asignar un tiempo mínimo de 8 horas, que corresponden al doble de las horas presenciales, es decir el tiempo independiente que éste utiliza en su estudio.

### 6. EVALUACIÓN

El Taller 3 consta de ejercicios y problemas propuestos, los cuales tienen una ponderación del 3% del 8% asignado a ésta unidad, así como el quiz presencial que tiene un peso de 3% y el quiz virtual un peso del 2%. Todas estas actividades hacen parte del 30% que corresponde a quices y talleres. El taller debe presentarse en la fecha indicada y anexarlo al portafolio. En caso de no entregar el taller en la fecha indicada se afectará su nota.

## INDICADORES DE EVALUACIÓN

El estudiante a través del taller debe mostrar que:

- Resuelve triángulos no rectángulos.
- Resuelve situaciones que involucran el uso de triángulos no rectángulos
- Es responsable con los tiempos de entrega de talleres y utiliza los recursos virtuales para apoyar su aprendizaje.

# UNIDAD 4 – GRÁFICAS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

## PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

En esta unidad se conocerán las diversas gráficas de las funciones trigonométricas, así como las transformaciones que éstas sufren cuando se cambian algunos de sus parámetros. Se utilizará Geogebra como herramienta para graficar dichas funciones y comprender la gráfica de una función trigonométrica.

### 1. META DE APRENDIZAJE

- Construir las gráficas de las funciones trigonométricas utilizando Geogebra

### 2. ACTIVIDADES Y PRODUCTOS UNIDAD 4

#### Actividades

Para alcanzar los logros deseados en esta unidad debe realizar las siguientes actividades:

- El docente parte de los preconceptos de los estudiantes, formulando preguntas sobre lo que conoce sobre cómo graficar funciones trigonométricas.
- Luego, con la utilización de Geogebra el estudiante en sala aprende a graficar las funciones trigonométricas (Sala informática).
- En el foro formulado en la plataforma Moodle, el estudiante debe socializar la práctica realizada, indicando lo que aprendió en ella.
- Se recomienda al estudiante la revisión de documento sobre Gráficas de funciones trigonométricas. (Virtual).

### 3. CONTENIDOS

Graficas de funciones trigonométricas: Seno, Coseno, Tangente, Cotangente, Cosecante y Secante.

#### 4. MATERIALES ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD

- Applets en Geogebra para graficar las funciones trigonométricas modificando parámetros.
- Foro Aplicaciones de socialización de práctica de grafica de una función.
- Documento virtual sobre gráficas de funciones trigonométricas.
- Geogebra.

#### 5. TIEMPO

El estudiante dispone de 1 clase (2 horas) presenciales y 4 horas virtuales para ejecutar la unidad, de los cuales dedicará a la lectura total de la unidad, a comprenderlos ejemplos, a formularse preguntas y a desarrollar la practicas y estudiar lo planteado en la plataforma.

#### 6. EVALUACIÓN

La práctica que se hará en sala consta de un applets para cambiar parámetros y verificar como cambian las gráficas de las funciones trigonométricas, así mismo el estudiante utilizará GEogebra para graficar una función determinada, la cual debe socializar en el foro propuesto para ello, enviando el archivo Geogebra. Esta actividad tiene una ponderación del 3% del del 30% que corresponde a quices y talleres.

#### INDICADORES DE EVALUACIÓN

El estudiante a través de la unidad debe mostrar que:

- Reconoce las gráficas de las funciones trigonométricas y sus diversas transformaciones por medio de Geogebra.

- Grafica una función trigonométrica utilizando Geogebra.
- Es responsable con los tiempos de entrega de talleres y utiliza los recursos virtuales para apoyar su aprendizaje.

## UNIDAD 5 – IDENTIDADES Y ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

### PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD

En esta unidad se usarán las identidades trigonométricas elementales y fundamentales, así como otras de mayor uso, para verificar y demostrar otras identidades trigonométricas. Aquí se comprenderá por qué estas igualdades son identidades y no ecuaciones, por lo que se terminara analizando la solución de ecuaciones trigonométricas donde la factorización y las identidades son fundamentales para su solución.

### 1. META DE APRENDIZAJE

- Demostrar y verificar identidades trigonométricas a partir de las identidades elementales y fundamentales
- Resolver ecuaciones trigonométricas Dar respuesta a las situaciones planteadas de optimización.

### 2. ACTIVIDADES Y PRODUCTOS UNIDAD 5

#### Actividades

Para alcanzar los logros deseados en esta unidad debe realizar las siguientes actividades:

- El docente parte de los preconceptos de los estudiantes, formulando preguntas sobre lo que conoce sobre cómo identidades y ecuaciones trigonométricas.

- Explicación sobre demostración de identidades y solución de ecuaciones trigonométricas (clase).
- Se recomienda al estudiante la revisión de documento sobre identidades y ecuaciones trigonométricas (Virtual)
- Resolver el taller 4 de identidades y ecuaciones trigonométricas (clase)
- Posteriormente se realiza un quiz en clase de 1 hora para evaluar la temática tratada.
- Como complemento a la evaluación e platea en plataforma un Quiz virtual, que el estudiante debe realizar en las fechas indicadas.

### Productos finales: Parcial 3 y revisión de portafolio.

- Como actividades finales se realiza el último parcial de la asignatura que corresponde al 60% de la nota del corte y se revisa el portafolio de evidencias del tercer corte que equivale al 10% de la nota.

## 3. CONTENIDOS

Concepto de identidad, identidades elementales, identidades fundamentales, identidades de ángulos dobles, identidades de suma y resta, etc. , solución de ecuaciones trigonométricas.

## 4. MATERIALES ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD

- Documento guía en plataforma virtual sobre identidades y ecuaciones trigonométricas
- Taller 4.
- Plataforma virtual- quiz virtual

## 5. TIEMPO

El estudiante dispone de 3 clases (6 horas) presenciales para ejecutar la unidad, de los cuales dedicará a la comprensión de la unidad, a comprenderlos ejemplos y la teoría dada en clase, a formularse preguntas y a desarrollar tanto el quiz presencial, el parcial, así como los ejercicios

sugeridos como las situaciones planteadas en el taller. Debe asignar por lo menos 12 horas de trabajo independiente para desarrollar el quiz virtual y estudiar el material virtual de la plataforma.

## 6. EVALUACIÓN

El Taller 4 consta de ejercicios y problemas propuestos, los cuales tienen una ponderación del 3% del 8% asignado a ésta unidad, así como el quiz presencial que tiene un peso de 3% y el quiz virtual un peso del 2%. Todas estas actividades hacen parte del 30% que corresponde a quices y talleres. El taller debe presentarse en la fecha indicada y anexarlo al portafolio. En caso de no entregar el taller en la fecha indicada se afectará su nota. El quiz virtual debe realizarse en la fecha y horas estipuladas.

### INDICADORES DE EVALUACIÓN

El estudiante a través de la unidad debe mostrar que:

- Comprende el concepto de identidad trigonométrica.
- Demuestra y verifica identidades trigonométricas
- Resuelve ecuaciones trigonométricas
- Es responsable con los tiempos de entrega de talleres y utiliza los recursos virtuales para apoyar su aprendizaje.

El parcial 3, consta de 4 problemas propuestos con la misma ponderación 1.25 que recogen los temas de la unidad 2 de Geometría Analítica y las 3 de trigonometría, el cual tiene un peso del 60% de la nota del tercer corte. La revisión de portafolio de evidencias tiene un peso del 10% de la nota final del corte.