

# MathCon

*The Mathematics Firm*

## Productos Notables

Ejercicios de productos y cocientes notables

**[www.math.com.mx](http://www.math.com.mx)**

José de Jesús Angel Angel  
jjaa@math.com.mx

MathCon © 2007-2008



## Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. El cuadrado de una suma <math>(a + b)^2</math></b>	<b>3</b>
<b>3. El cuadrado de una diferencia <math>(a - b)^2</math></b>	<b>6</b>
<b>4. Producto de la forma <math>(a + b)(a - b)</math></b>	<b>8</b>
<b>5. Cubo de un binomio <math>(a \pm b)^3</math></b>	<b>12</b>
<b>6. Producto de la forma <math>(mx + a)(nx + b)</math></b>	<b>13</b>
<b>7. Cocientes de la forma <math>\frac{a^2 - b^2}{a \pm b}</math></b>	<b>14</b>
7.1. Cocientes de la forma $\frac{a^3 \pm b^3}{a \pm b}$ . . . . .	14
7.1.1. Cocientes de la forma $\frac{a^3 + b^3}{a + b}$ . . . . .	14
7.1.2. Cocientes de la forma $\frac{a^3 - b^3}{a - b}$ . . . . .	14

## Introducción

Al efectuar algunos productos de polinomios, existen varios que son comúnmente usados, a estos productos se les conoce como productos notables.

### Algunos productos y cocientes notables .

1. El cuadrado de una suma  $(a + b)^2$ .
2. El cuadrado de una diferencia  $(a - b)^2$ .
3. El producto de una suma por una diferencia  $(a + b)(a - b)$ .
4. El cubo de un binomio  $(a \pm b)^3$ .
5. El producto de la forma  $(mx + a)(nx + b)$ .
6. El cociente de la forma  $\frac{a^2 - b^2}{a \pm b}$ .
7. El cociente de la forma  $\frac{a^3 \pm b^3}{a \pm b}$ .

# 2

## El cuadrado de una suma $(a + b)^2$

Puede aprenderse la regla de esta operación como: **el cuadrado de la suma de dos términos, es el cuadrado del primero, más el doble del primero por el segundo más el cuadrado del segundo término.**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

1.  $(m + 5)^2$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(m + 5)^2 = (m)^2 + 2(m)(5) + (5)^2$$

Paso 2 Efectuando operaciones.

$$(m + 5)^2 = m^2 + 10m + 25$$

2.  $(9 + 4m)^2$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(9 + 4m)^2 = 9^2 + 2(9)(4m) + (4m)^2$$

Paso 2 Efectuando operaciones.

$$(9 + 4m)^2 = 81 + 72m + 16m^2$$

3.  $(2x + 3y)^2$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2$$

Paso 2 Efectuando operaciones.

$$(2x + 3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

4.  $(3a^3 + 8b^4)^2$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(3a^3 + 8b^4)^2 = (3a^3)^2 + 2(3a^3)(8b^4) + (8b^4)^2$$

Paso 2 Efectuando operaciones.

$$\begin{aligned} (2x + 3y)^2 &= 9a^6 + (2)(3)(8)a^3b^4 + 64b^8 \\ &= 9a^6 + 48a^3b^4 + 64b^8 \end{aligned}$$

5.  $(4m^5 + 5n^6)^2$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(4m^5 + 5n^6)^2 = (4m^5)^2 + 2(4m^5)(5n^6) + (5n^6)^2$$

Paso 2 Efectuando operaciones.

$$\begin{aligned} (4m^5 + 5n^6)^2 &= 16m^{10} + (2)(4)(5)m^5n^6 + 25n^{12} \\ &= 16m^{10} + 40m^5n^6 + 25n^{12} \end{aligned}$$

6.  $(8x^2y + 9m^3)^2$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(8x^2y + 9m^3)^2 = (8x^2y)^2 + 2(8x^2y)(9m^3) + (9m^3)^2$$

Paso 2 Efectuando operaciones.

$$\begin{aligned} (8x^2y + 9m^3)^2 &= 64x^4y^2 + (2)(8)(9)x^2ym^3 + 81m^6 \\ &= 64x^4y^2 + 144x^2ym^3 + 81m^6 \end{aligned}$$

7.  $(a^m + a^n)^2$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(a^m + a^n)^2 = (a^m)^2 + 2(a^m)(a^n) + (a^n)^2$$

Paso 2 Efectuando operaciones.

$$(a^m + a^n)^2 = a^{2m} + 2a^{m+n} + a^{2n}$$

8.  $(a^m + a^n)^2$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(a^m + a^n)^2 = (a^m)^2 + 2(a^m)(a^n) + (a^n)^2$$

Paso 2 Efectuando operaciones.

$$(a^m + a^n)^2 = a^{2m} + 2a^{m+n} + a^{2n}$$

# 3

## El cuadrado de una diferencia $(a - b)^2$

Puede aprenderse la regla de esta operación como: **el cuadrado de la suma de dos términos, es el cuadrado del primero, menos el doble del primero por el segundo más el cuadrado del segundo término.**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

1.  $(2a - 3b)^2$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(2a - 3b)^2 = (2a)^2 - 2(2a)(3b) + (3b)^2$$

Paso 2 Efectuando operaciones.

$$(2a - 3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$$

2.  $(3a^4 - 5b^2)^2$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(3a^4 - 5b^2)^2 = (3a^4)^2 - 2(3a^4)(5b^2) + (5b^2)^2$$

Paso 2 Efectuando operaciones.

$$\begin{aligned}(3a^4 - 5b^2)^2 &= 9a^8 - (2)(3)(5)a^4b^2 + 25b^4 \\ &= 9a^8 - 30a^4b^2 + 25b^4\end{aligned}$$

3.  $(10x^3 - 9xy^5)^2$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(10x^3 - 9xy^5)^2 = (10x^3)^2 - 2(10x^3)(9xy^5) + (9xy^5)^2$$

Paso 2 Efectuando operaciones.

$$\begin{aligned}(10x^3 - 9xy^5)^2 &= 100x^6 - (2)(10)(9)x^4y^5 + 81x^2y^{10} \\ &= 100x^6 - 180x^4y^5 + 81x^2y^{10}\end{aligned}$$

4.  $(x^{a+1} - 3x^{a-2})^2$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(x^{a+1} - 3x^{a-2})^2 = (x^{a+1})^2 - 2(x^{a+1})(3x^{a-2}) + (3x^{a-2})^2$$

Paso 2 Efectuando operaciones.

$$\begin{aligned}(x^{a+1} - 3x^{a-2})^2 &= x^{2a+2} - 6x^{a+1+a-2} + 9x^{2a-4} \\ &= x^{2a+2} - 6x^{2a-1} + 9x^{2a-4}\end{aligned}$$

5.  $(3m^{a+b} - 2n^{a-b})^2$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(3m^{a+b} - 2n^{a-b})^2 = (3m^{a+b})^2 + 2(3m^{a+b})(2n^{a-b}) + (2n^{a-b})^2$$

Paso 2 Efectuando operaciones.

$$(3m^{a+b} - 2n^{a-b})^2 = 9m^{2a+2b} - 12m^{a+b}n^{a-b} + 4n^{2a-2b}$$

# 4

## Producto de la forma $(a + b)(a - b)$

Puede aprenderse la regla de esta operación como: **el producto de la suma por la diferencia es la diferencia de cuadrados.**

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

1.  $(x + y + z)(x + y - z)$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(x + y + z)(x + y - z) = (x + y)^2 - (z)^2$$

Paso 2 Efectuando operaciones.

$$(x + y + z)(x + y - z) = x^2 + 2xy + y^2 - z^2$$

2.  $(x - y + z)(x + y - z)$

Paso 1 Reordenando términos.

$$(x - y + z)(x + y - z) = (x - (y - z))(x + (y - z))$$

Paso 2 Usando la fórmula para este caso.

$$\begin{aligned}(x - y + z)(x + y - z) &= (x - (y - z))(x + (y - z)) \\ &= (x)^2 - (y - z)^2\end{aligned}$$

Paso 3 Efectuando operaciones y simplificando.

$$\begin{aligned}(x - y + z)(x + y - z) &= (x)^2 - (y - z)^2 \\ &= x^2 - [y^2 - 2yz + z^2] \\ &= x^2 - y^2 + 2yz - z^2\end{aligned}$$

$$3. (x + y + z)(x - y - z)$$

Paso 1 Reordenando términos.

$$(x + y + z)(x - y - z) = (x + (y + z))(x - (y + z))$$

Paso 2 Usando la fórmula para este caso.

$$\begin{aligned} (x + y + z)(x - y - z) &= (x + (y + z))(x - (y + z)) \\ &= (x)^2 - (y + z)^2 \end{aligned}$$

Paso 3 Efectuando operaciones y simplificando.

$$\begin{aligned} (x - y + z)(x + y - z) &= (x)^2 - (y + z)^2 \\ &= x^2 - [y^2 + 2yz + z^2] \\ &= x^2 - y^2 - 2yz - z^2 \end{aligned}$$

$$4. (m + n + 1)(m + n - 1)$$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$\begin{aligned} (m + n + 1)(m + n - 1) &= (m + n + (1))(m + n - (1)) \\ &= (m + n)^2 - (1)^2 \end{aligned}$$

Paso 2 Efectuando operaciones y simplificando.

$$\begin{aligned} (m + n + 1)(m + n - 1) &= (m + n)^2 - (1)^2 \\ &= m^2 + 2mn + n^2 - 1 \end{aligned}$$

$$5. (n^2 + 2n + 1)(n^2 - 2n - 1)$$

Paso 1 Reordenando términos.

$$(n^2 + 2n + 1)(n^2 - 2n - 1) = (n^2 + (2n + 1))(n^2 - (2n + 1))$$

Paso 2 Usando la fórmula para este caso.

$$\begin{aligned} (n^2 + 2n + 1)(n^2 - 2n - 1) &= (n^2 + (2n + 1))(n^2 - (2n + 1)) \\ &= (n^2)^2 - (2n + 1)^2 \end{aligned}$$

Paso 3 Efectuando operaciones y simplificando.

$$\begin{aligned} (n^2 + 2n + 1)(n^2 - 2n - 1) &= (n^2)^2 - (2n + 1)^2 \\ &= n^4 - [4n^2 + 4n + 1] \\ &= n^4 - 4n^2 - 4n - 1 \end{aligned}$$

6.  $(2a - b - c)(2a - b + c)$

Paso 1 Reordenando términos.

$$(2a - b - c)(2a - b + c) = ((2a - b) - (c))((2a - b) + (c))$$

Paso 2 Usando la fórmula para este caso.

$$\begin{aligned}(2a - b - c)(2a - b + c) &= ((2a - b) - (c))((2a - b) + (c)) \\ &= (2a - b)^2 - (c)^2\end{aligned}$$

Paso 3 Efectuando operaciones y simplificando.

$$(2a - b - c)(2a - b + c) = 4a^2 - 4ab + b^2 - c^2$$

7.  $(a^m + b^n)(a^m - b^n)$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(a^m + b^n)(a^m - b^n) = (a^m)^2 - (b^n)^2$$

Paso 2 Efectuando operaciones y simplificando.

$$(a^m + b^n)(a^m - b^n) = a^{2m} - b^{2n}$$

8.  $(a^{x+1} - 2b^{x-1})(2b^{x-1} + a^{x+1})$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(a^{x+1} - 2b^{x-1})(2b^{x-1} + a^{x+1}) = (a^{x+1})^2 - (2b^{x-1})^2$$

Paso 2 Efectuando operaciones y simplificando.

$$(a^{x+1} - 2b^{x-1})(2b^{x-1} + a^{x+1}) = a^{2x+2} - 4b^{2x-2}$$

9.  $(a^2 - ab + b^2)(a^2 + b^2 + ab)$

Paso 1 Reordenando términos.

$$(a^2 - ab + b^2)(a^2 + b^2 + ab) = ((a^2 + b^2) - (ab))((a^2 + b^2) + (ab))$$

Paso 2 Usando la fórmula para este caso.

$$(a^2 - ab + b^2)(a^2 + b^2 + ab) = (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2$$

**Paso 3** Efectuando operaciones y simplificando.

$$\begin{aligned}(a^2 - ab + b^2)(a^2 + b^2 + ab) &= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 \\ &= a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - a^2b^2\end{aligned}$$

10.  $(x^3 - x^2 - x)(x^3 + x^2 + x)$

**Paso 1** Reordenando términos.

$$(x^3 - x^2 - x)(x^3 + x^2 + x) = ((x^3) - (x^2 + x))((x^3) + (x^2 + x))$$

**Paso 2** Usando la fórmula para este caso.

$$(x^3 - x^2 - x)(x^3 + x^2 + x) = (x^3)^2 - (x^2 + x)^2$$

**Paso 3** Efectuando operaciones y simplificando.

$$\begin{aligned}(x^3 - x^2 - x)(x^3 + x^2 + x) &= x^6 - (x^4 + 2x^2x + x^2) \\ &= x^6 - x^4 - 2x^3 - x^2\end{aligned}$$

## Cubo de un binomio $(a \pm b)^3$

Puede aprenderse la regla de esta operación como: **el cubo de un binomio es el cubo del primero más el triple del cuadrado del primero por el segundo, más el triple del primero por el cuadrado del segundo más el cubo del segundo.**

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

1.  $(m + 3)^3$

**Paso 1** Usando la fórmula para este caso.

$$(m + 3)^3 = m^3 + 3(m)^2(3) + 3(m)(3)^2 + (3)^3$$

**Paso 2** Efectuando operaciones y simplificando.

$$\begin{aligned} (x^3 - x^2 - x)(x^3 + x^2 + x) &= x^6 - (x^4 + 2x^2x + x^2) \\ &= x^6 - x^4 - 2x^3 - x^2 \end{aligned}$$

En el caso del signo negativo, **el cubo de un binomio es el cubo del primero menos el triple del cuadrado del primero por el segundo, más el triple del primero por el cuadrado del segundo menos el cubo del segundo.**

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

1.  $(1 - 2n)^3$

**Paso 1** Usando la fórmula para este caso.

$$(1 - 2n)^3 = 1^3 - 3(1)^2(2n) + 3(1)(2n)^2 - (2n)^3$$

**Paso 2** Efectuando operaciones y simplificando.

$$(1 - 2n)^3 = 1 - 6n + 12n^2 - 8n^3$$

# 6

## Producto de la forma $(mx + a)(nx + b)$

Este tipo de productos siguen una fórmula, pero no es difícil obtenerla, multiplicando los dos binomios.

$$(mx + a)(nx + b) = (mn)x^2 + (m + n)x + ab$$

1.  $(x + 3)(x + 2)$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(x + 3)(x + 2) = x^2 + (2 + 3)x + 6$$

Paso 2 Efectuando operaciones y simplificando.

$$(x + 3)(x + 2) = x^2 + 5x + 6$$

2.  $(x^2 - 1)(x^2 + 3)$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(x^2 - 1)(x^2 + 3) = x^4 + (3 - 1)x^2 - 3$$

Paso 2 Efectuando operaciones y simplificando.

$$(x^2 - 1)(x^2 + 3) = x^4 + 2x^2 - 3$$

3.  $(a^{x+1} - 6)(a^{x+1} - 5)$

Paso 1 Usando la fórmula para este caso.

$$(a^{x+1} - 6)(a^{x+1} - 5) = a^{2x+2} + (-6 - 5)a^{x+1} + 30$$

Paso 2 Efectuando operaciones y simplificando.

$$(a^{x+1} - 6)(a^{x+1} - 5) = a^{2x+2} - 11a^{x+1} + 30$$

## Cocientes de la forma $\frac{a^2 - b^2}{a \pm b}$

Este tipo de cocientes se puede resolver fácilmente al substituir la diferencia de cuadrados ( $a^2 - b^2$ ) por el producto  $(a + b)(a - b)$ . De ahí se siguen las fórmulas siguientes (es necesario que  $a \neq b$ ):

$$\frac{a^2 - b^2}{a + b} = (a - b)$$

$$\frac{a^2 - b^2}{a - b} = (a + b)$$

### 7.1. Cocientes de la forma $\frac{a^3 \pm b^3}{a \pm b}$

#### 7.1.1. Cocientes de la forma $\frac{a^3 + b^3}{a + b}$

$$\frac{a^3 + b^3}{a + b} = a^2 - ab + b^2$$

#### 7.1.2. Cocientes de la forma $\frac{a^3 - b^3}{a - b}$

$$\frac{a^3 - b^3}{a - b} = a^2 + ab + b^2$$

En las otras combinaciones de signos no es exacta la división.