POTENCIA COMPLEJA

Tomado del libro "CIRCUTOS ELECTRICOS"
Dorf Richard C. - Svoboda James A. Sexta Edición – Alfaomega
Notas agregadas por el Ing. Tarcisio Leal García.

Si un circuito lineal con una entrada senoidal se encuentra en estado estable, todos los voltajes y las corrientes de los elementos serán senoidales y tendrán la misma frecuencia que la entrada. Este circuito puede analizarse en el dominio de la frecuencia mediante el uso de fasores. De hecho, la potencia generada o absorbida en un circuito, o en cualquier elemento de un circuito, puede calcularse en el dominio de la frecuencia utilizando fasores.

De la observación de la corriente y el voltaje de un elemento, se calculan la potencia instantánea y la potencia promedio a partir de las representaciones en el dominio del tiempo de la corriente y del voltaje del el elemento, *i(t)* o *v(t).*
*A*hora dirigimos la atención a las representaciones de la corriente y del voltaje del elemento en el dominio de la frecuencia.

$$I(\omega) = I_m \underline{|\theta_i} \quad y \quad V(\omega) = V_m \underline{|\theta_v}$$

La **potencia compleja** entregada al elemento se define como

$$S = \frac{VI^*}{2} = \frac{(V_m|\theta_v)\,(I_m|-\theta_i)}{2} = \frac{V_m I_m}{2}\ \underline{|\,\theta_v - \theta_i}$$

Donde $\mathbf{I}^*$ denota el complejo conjugado de **I**

Nota 1: con esto se logra que los triángulos de impedancias, voltaje corriente y potencia sean similares, y por tanto se dirá que cuando la corriente I está en atraso, circuitos inductivos, los esquemas fasoriales mostrarán ángulos positivos

A la magnitud **S** $\quad |S| = \frac{V_m I_m}{2}$

se le llama la **potencia aparente**.

Al hacer la conversión de de potencia compleja, **S**, de la forma polar a la rectangular se obtiene

$$\mathbf{S} = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) + j\,\frac{V_m I_m}{2} \operatorname{sen}(\theta_v - \theta_i)$$

La parte real de **S** es igual a la potencia promedio que se calcula en el dominio del tiempo.

Nota 2: $\cos(\theta_v - \theta_i)$ en sistemas de potencia se acostumbra denotarlo como $\cos\varphi$, factor de potencia,(fp).
.

La potencia promedio se indicó como P. La potencia compleja puede representarse como:

$$\mathbf{S} = P + j\,Q$$

donde

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

es la potencia promedio y

$$Q = \frac{V_m I_m}{2} \operatorname{sen}(\theta_v - \theta_i)$$

es la **potencia reactiva.** La potencia compleja, la potencia promedio y la potencia reactiva son el producto de un voltaje y una corriente. No obstante, se acostumbra usar unidades diferentes para estos tres tipos de potencia. Ya se ha visto que las unidades de la potencia promedio son los watts. Las unidades de la potencia compleja son Volts-Amperes Reactivos (VAR). En la tabla 11.5-1 se resumen las fórmulas usadas para calcular la potencia en el dominio de la frecuencia.

Tabla 11.5-1 Relaciones de la potencia en el dominio de la frecuencia

CANTIDAD	RELACIÓN UTILIZANDO VALORES PICO	RELACIÓN UTILIZANDO VALORES RCM	UNIDADES
Voltaje del elemento, $v(t)$	$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_V)$	$v(t) = V_{rcm}\sqrt{2}\cos(\omega t + \theta_V)$	V
Corriente del elemento, $i(t)$	$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_I)$	$i(t) = I_{rcm}\sqrt{2}\cos(\omega t + \theta_I)$	A
Potencia compleja, $\mathbf{S}$	$\mathbf{S} = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_V - \theta_I) + j\frac{V_m I_m}{2}\operatorname{sen}(\theta_V - \theta_I)$	$\mathbf{S} = V_{rcm} I_{rcm}\cos(\theta_V - \theta_I) + jV_{rcm} I_{rcm}\operatorname{sen}(\theta_V - \theta_I)$	VA
Potencia aparente, $\lvert\mathbf{S}\rvert$	$\lvert\mathbf{S}\rvert = \frac{V_m I_m}{2}$	$\lvert\mathbf{S}\rvert = V_{rcm} I_{rcm}$	VA
Potencia promedio, P	$P = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_V - \theta_I)$	$P = V_{rcm} I_{rcm}\cos(\theta_V - \theta_I)$	W
Potencia reactiva, Q	$Q = \frac{V_m I_m}{2}\operatorname{sen}(\theta_V - \theta_I)$	$Q = V_{rcm} I_{rcm}\operatorname{sen}(\theta_V - \theta_I)$	VAR

La impedancia de un elemento puede expresarse como

$$Z(\omega) = \frac{\mathbf{V}(\boldsymbol{\omega})}{\mathbf{I}(\boldsymbol{\omega})} = \frac{Vm\angle\theta v}{Im\angle\theta i} = \frac{Vm}{Im}\angle\theta v - \theta i$$

Al hacer la conversión de de la impedancia, Z, de la forma polar a la rectangular se obtiene

$$Z(\omega) = \frac{V(\omega)}{I(\omega)} \cos(\theta v - \theta i) + j \frac{V(\omega)}{I(\omega)} \operatorname{sen}(\theta v - \theta i)$$

La impedancia puede representarse como

$$\mathbf{Z}(\omega) = R + j X$$

donde $R = \frac{V(\omega)}{I(\omega)} \cos(\theta v - \theta i)$ es la resistencia

y $X = \frac{V(\omega)}{I(\omega)} \operatorname{sen}(\theta v - \theta i)$ es la reactancia.

Nota 3: observese que sen (θv – θi) será positivo si (θv – θi) es positivo, es decir con cargas inductivas y será negativos si (θv – θi) es negativo, es decir cargas capacitivas, y por tanto tendremos como potencias reactivas positivos las correspondientes a cargas inductivas (Q+) y negativas las correspondientes a cargas capacitivas (Q-).

De las ecuaciones anteriores se obtiene que la potencia compleja puede expresarse en términos de la impedancia

$$\mathbf{S} = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) + j \frac{V_m I_m}{2} \operatorname{sen}(\theta_v - \theta_i)$$

$$= \frac{I_m^2}{2} \frac{V_m}{I_m} \cos(\theta_v - \theta_i) + j \frac{I_m^2}{2} \frac{V_m}{I_m} \operatorname{sen}(\theta_v - \theta_i)$$

$$= (I_m^2/2) \operatorname{Re}(z) + j (I_m^2/2) \operatorname{Im}(z)$$

En particular, la potencia promedio entregada al elemento está dada por

$$P = (I_m^2/2) \operatorname{Re}(z)$$

$$P = (I_m^2/2) R$$

Y la potencia reactiva estará dada por

$$Q = (I_m^2/2) \operatorname{Im}(z)$$

$$Q = (I_m^2/2) X$$

Nota 4: En forma equivalente se puede calcular $P = (V_m^2/2)/ R$ y $Q = (V_m^2/2)/ X$ y posteriormente al calcular valores rms se obtendrá que $Vm/\sqrt{2}$ = Vrms e $Im/\sqrt{2}$ = Irms; con lo cual si se toman valores rms (efectivos) desaparecen los divisores 2 de las expresiones anteriores).