# Sesión 2: Naturales e inducción, sumatoria.

Sábado 14 de marzo de 2015

Naturales e inducción, sumatoria.



**N5**: Si $S$ es una colección de números naturales que cumple:

**(i)** 0 es un elemento de $S$, es decir, $0 \in S$;

**(ii)** cada vez que un natural está en $S$, también el siguiente de él está en $S$,

entonces $S$ es el conjunto de todos los naturales.

**Notas**

1. El conjunto de los números naturales se simboliza $\mathbb{N}$, así la expresión $k \in \mathbb{N}$ significa que $k$ es un número natural.

2. Si $k \in \mathbb{N}$, el "siguiente" o "sucesor" de $k$ se simboliza $k + 1$.

De los 5 axiomas de Peano queremos destacar el axioma N5 llamado el **Principio de Inducción Matemática** (algunas veces el conjunto $\mathbb{N}$ se define como el subconjunto "más pequeño" de $\mathbb{R}$ que satisface las condiciones (i) y (ii) de N5). El Principio de Inducción Matemática (P.I.M) constituye la base de las demostraciones que trabajaremos en la siguiente sección.

Tomado de:

R. Isaacs y S. Sabogal Aproximación al Álgebra Lineal: Un Enfoque Geométrico, Ediciones UIS, 2004. Página 17.

Demostraciones por inducción matemática.

1. Demostrar

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

2. Definición de factorial de un número. Luego demostrar que:

$$2^n \leq n!\,, si\ n > 4$$

3. Demostrar que $n^2 - n$ siempre es divisible por 3
4. Demostrar por inducción:

$$\sum_{i=1}^{n} x^{n-i} y^{i-1} = \frac{x^n - y^n}{x - y}$$