VOLUMENES DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

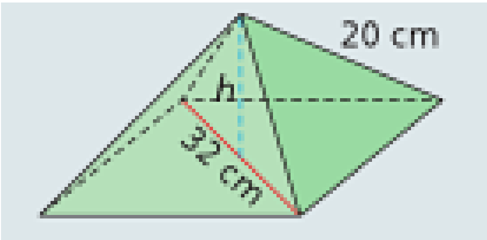
EJERCICIOS RESUELTOS

(1). El cilindro recto tiene área superficial (área total) de 288π pulgadas cuadradas, y el radio de su base es de 6 pulgadas.

Hallar la altura del cilindro

$$S = 2\pi r h + 2\pi r^2$$
$$288\pi = 2\pi(6)h + 2\pi(6)^2$$
$$288\pi = 12\pi h + 72\pi$$
$$216\pi = 12\pi h$$
$$h = 18 \text{ pulgadas.}$$

(2). Calcular el volumen de la pirámide recta de base cuadrada que se muestra en la figura:



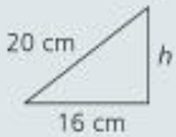
Para calcular el volumen de la pirámide necesitamos calcular primero el área de la base. En este caso es el área de un cuadrado de 32 cm de diagonal.

Aplicando el teorema de Pitágoras, tenemos:

$$x^2 + x^2 = 32^2 \Rightarrow 2x^2 = 1024$$
$$x^2 = 512$$

Por tanto, el área de la base mide 512 cm^2.

Calculamos ahora la altura de la pirámide aplicando el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo que determinan la altura y la arista de la pirámide:



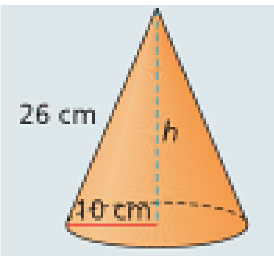
$$h^2 + 16^2 = 20^2 \Rightarrow h^2 = 400 - 256 = 144$$
$$h = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

Con lo que tenemos que la altura de la pirámide mide 12 cm.

Calculamos el volumen de la pirámide:

$$V_{pirámide} = \frac{S_{base} \cdot h}{3} = \frac{512 \cdot 12}{3} = 2\,048 \text{ cm}^3$$

(3). Calcular el volumen de un cono de 10 cm de radio y 26 cm de generatriz.



Calculamos la altura del cono utilizando el teorema de Pitágoras:

$$h^2 + 10^2 = 26^2 \Rightarrow h^2 = 676 - 100 = 576$$
$$h = \sqrt{576} = 24 \text{ cm}$$

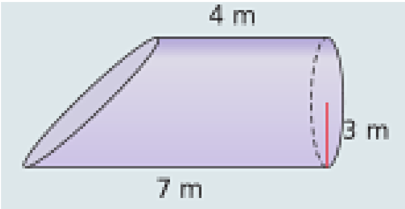
Calculamos ahora el área de la base:

$$A_{base} = \pi r^2 = 100\pi$$

Finalmente calculamos el volumen del cono:

$$V_{cono} = \frac{A_{base} \cdot h}{3} = \frac{100\pi \cdot 24}{3} = 800\pi \text{ cm}^3$$

(4). Calcular el volumen del cilindro truncado que se muestra en la figura:



Si cortamos el cilindro truncado a una altura de 4 m obtenemos dos cuerpos geométricos: el que mostramos en la figura siguiente y un cilindro con la misma base de 4 m de altura.

El volumen del cuerpo geométrico que mostramos en la figura es la mitad del volumen de un cilindro de 3 m de radio y 3 m de altura:

$$V_1 = \frac{\pi r^2 h}{2} = \frac{27\pi}{2} = 13'5\pi \text{ m}^3$$

El volumen del cilindro de 4 m de altura es:

$$V_2 = \pi r^2 h = 36\pi \text{ m}^3$$

Con lo que, finalmente, concluimos que el volumen del cilindro truncado es:

$$V_{figura} = 13'5\pi + 36\pi = 49'5\pi \text{ m}^3$$

(5). Calcular la altura de un cilindro de 30 cm de radio para que tenga una capacidad de 100 litros.

Lo primero que tenemos que tener en cuenta es la relación entre los litros y los decímetros cúbicos:

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$$

Por tanto, tenemos que expresar las medidas del cilindro en decímetros para obtener decímetros cúbicos:

$$30 \text{ cm} = 3 \text{ dm}$$

Llamamos *h* a la altura del cilindro. El volumen será:

$$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = \pi r^2 h = 28'26 \cdot h = 100 \text{ dm}^3$$

$$h = \frac{100}{28'26} \simeq 3'54 \text{ dm}$$

Por tanto, la altura del cilindro será aproximadamente 3'54 dm, esto es, 35'4 cm.

REFERENCIAS

González German. Matemáticas. Opción A. 4º. Editex.