A.P.2. A continuación de presenta una lectura sobre las cónicas y la Geometría Analítica, leerla y participar en el foro de la plataforma según lo dispuesto en la última página.

HISTORIA DE LAS CONICAS Y LA GEOMETRIA ANALITICA

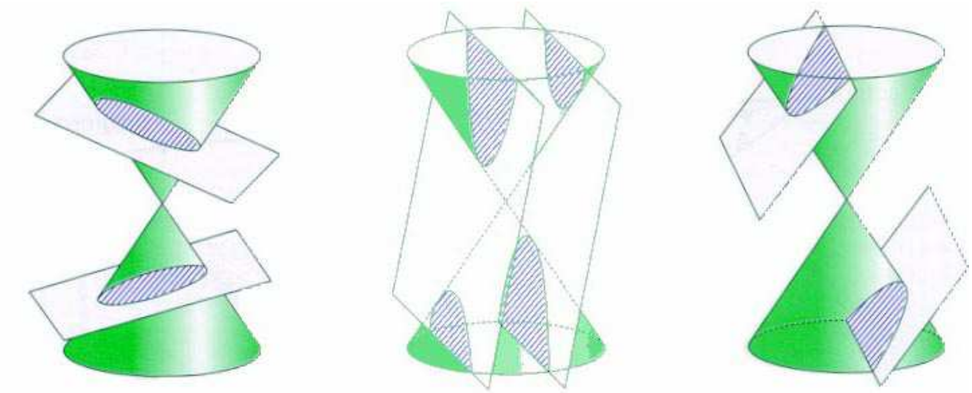
LAS CONICAS

El matemático griego Menecmo (vivió sobre el 350 A.C.) descubrió estas curvas y fue el matemático griego Apolonio (262-190 A.C.) de Perga (antigua ciudad del Asia Menor) el primero en estudiar detalladamente las curvas cónicas y encontrar la propiedad plana que las definía. Apolonio descubrió que las cónicas se podían clasificar en tres tipos a los que dio el nombre de: elipses, hipérbolas y parábolas.

Las elipses son las curvas que se obtiene cortando una superficie cónica con un plano que no es paralelo a ninguna de sus generatrices.

Las hipérbolas son las curvas que se obtiene al cortar una superficie cónica con un plano que es paralelo a dos de sus generatrices (Base y arista).

Las parábolas son las curvas que se obtienen al cortar una superficie cónica con un plano paralelo a una sola generatriz (Arista).



Apolonio demostró que las curvas cónicas tienen muchas propiedades interesantes. Algunas de esas propiedades son las que se utilizan actualmente para definirlas.

Quizás las propiedades más interesantes y útiles que descubrió Apolonio de las cónicas son las llamadas propiedades de reflexión. Si se construyen espejos con la forma de una curva cónica que gira alrededor de su eje, se obtienen los llamados espejos elípticos, parabólicos o hiperbólicos, según la curva que gira. Apolonio demostró que si se coloca una fuente de luz en el foco de un espejo elíptico, entonces la luz reflejada en el espejo se concentra en el otro foco. Si se recibe luz de una fuente lejana con un espejo parabólico de manera que los rayos incidentes son paralelos al eje del espejo, entonces la luz reflejada por el espejo se concentra en el foco. Esta propiedad permite encender un papel si se coloca en el foco de un espejo parabólico y el eje del espejo se apunta hacia el sol. Existe la leyenda de que Arquímedes (287-212 A.C.) logró incendiar las naves romanas durante la defensa de Siracusa usando las propiedades de los espejos parabólicos. En la actualidad esta propiedad se utiliza para los radares, las antenas de televisión y espejos solares. La propiedad análoga, que nos dice que un rayo que parte del foco se refleja paralelamente al eje sirve para que los faros de los automóviles concentren el haz en la dirección de la carretera o para estufas. En el caso de los espejos hiperbólicos, la luz proveniente de uno de los focos se refleja como si viniera del otro foco, esta propiedad se utiliza en los grandes estadios para conseguir una superficie mayor iluminada.

En el siglo XVI el filósofo y matemático René Descartes (1596-1650) desarrolló un método para relacionar las curvas con ecuaciones. Este método es la llamada Geometría Analítica. En la Geometría Analítica las curvas cónicas se pueden representar por ecuaciones de segundo grado en las variables x e y. El resultado más sorprendente de la Geometría Analítica es que todas las ecuaciones de segundo grado en dos variables representan secciones cónicas se lo debemos a Jan de Witt (1629-1672).

Sin lugar a dudas las cónicas son las curvas más importantes que la geometría ofrece a la física. Por ejemplo, las propiedades de reflexión son de gran utilidad en la óptica. Pero sin duda lo que las hace más importantes en la física es el hecho de que las órbitas de los planetas alrededor del sol sean elipses y que, más aún, la trayectoria de cualquier cuerpo sometido a una fuerza gravitatoria es una curva cónica. El astrónomo alemán Johannes Kepler (1570-1630) descubrió que las órbitas de los planetas alrededor del sol son elipses que tienen al sol como uno de sus focos en el caso de la tierra la excentricidad es 0.017 y los demás planetas varían desde 0.004 de Neptuno a 0.250 de Plutón.. Más tarde el célebre matemático y físico inglés Isaac Newton (1642-1727) demostró que la órbita de un cuerpo alrededor de una fuerza de tipo gravitatorio es siempre una curva cónica.

LA GEOMETRIA ANALITICA

Durante el **siglo XVII** surgieron casi todas las disciplinas matemáticas, produciéndose en lo que a la geometría se refiere el nacimiento de la geometría analítica.

Sin duda los dos grandes en esta materia y época fueron René Descartes (1596-1650) y Pierrede Fermat (1601-1655).

Descartes concluyo su obra con tres ejemplos concretos sobre como podía ser aplicado. Los dos primeros pretendían explicar el comportamiento de las lentes y el movimiento de los astros. El tercero, un extenso apéndice de 106 páginas fue *La Géométrie*.

Aunque *La Géométrie* es un tratado teórico sin ninguna intención práctica, jugará un papel trascendente en el futuro de las matemáticas. Su influencia originará la geometría analítica, cuyos problemas fundamentales son:

a. Dada una ecuación, hallar el lugar geométrico que representa.
b. Dado un lugar geométrico definido por determinadas condiciones, hallar su ecuación matemática.

En esencia, la geometría analítica consiste en la aplicación del álgebra al análisis geométrico mediante el establecimiento de ciertos convenios, fundamentalmente la creación de un sistema de coordenadas que permite individualizar cada punto por un par de números para la geometría analítica plana y por tres números para la geometría analítica del espacio.

A partir del concepto de coordenadas, esta nueva rama matemática dará a los matemáticos un nuevo enfoque para el tratamiento de la información matemática.

La geometría analítica transformará todo el conocimiento antiguo de forma tal que ramas del conocimiento matemático que parecías diferentes, como la trigonometría y los logaritmos, las absorbió y les dio un alcance más completo. Gracias a su desarrollo derivara un concepto fundamental para las matemáticas, como es la idea de funciones y variables, las cuales tendrán, también, una gran utilidad para la experimentación. El científico experimental puede transformar los resultados de una experiencia en una ecuación y después representarla o viceversa. Si después al repetir la anterior experiencia con mucho cuidado para que las condiciones no varíen, obtiene la misma ecuación, puede llegar a formular una ley que puede interpretarse por medio de palabras e ideas. Una vez enunciada dicha ley, puede combinarla con otras fórmulas para sugerir nuevas posibilidades.

Además , la geometría analítica, al permitir una gran amplitud de puntos de vista, no sólo dará buenos resultados en otras ramas matemáticas, como por ejemplo la geometría proyectiva, sino que será responsable en buena parte del origen de la rama matemática que conocemos hoy con el nombre de análisis, la cual abarca gran parte de las matemáticas inventadas desde la época de Descartes, y que en su aceptación más general comprende la aritmética. El álgebra, el cálculo infinitesimal (diferencial e integral), la teoría de funciones reales y complejas, así como la teoría de las ecuaciones diferenciales.

Por ultimo, se debe poner en manifiesto que la *Géométrie* tenía dos inconvenientes, a saber: Había sido publicada en francés y, además era una obra de difícil comprensión para la mayoría de los contemporáneos de Descartes, debido a que éste omitió en ella muchos detalles elementales.

Evolución de la Geometría Analítica

Los inconvenientes señalados fueron superados cuando el profesor de matemáticas holandés Frans van Schooten (1615 - 1660) hizo imprimir, en 1649 una versión en latín de *La Géométrie*, ampliada con unas aclaraciones tales como las demostraciones realizadas por Debeaune de que las ecuaciones $y^2 = xy + bx$; $y^2 = 2dy + bx$; $y^2 = bx - x^2$, representan, respectivamente, hipérbolas, parábolas y elipses.

Esta obra titulada *Geometría por René Descartes* volvió a aparecer en 1659 en una segunda edición nuevamente ampliada con la obra de Jan Witt (1629 - 1673) titulada *Elementa curvarum*, en la que reduce todas las ecuaciones de segundo grado e x e y a formas canónicas. Pero sin lugar a dudas, uno de los que más contribuyeron en la evolución de la geometría analítica fue el mejor discípulo de Schooten, es decir, Christian Huygens (1629 - 1659), el cual al hallar los puntos máximos y mínimos y el punto de inflexión logro ser uno de los primeros en dibujar una curva correctamente.

El interés de Huygens por los relojes de péndulo le condujo a hacer investigaciones sobre la involutas y evolutas. Las cuales aparecen expuestas junto a importantes resultados de mecánica en su *obra Horolagium Oscillatorium*, publicada en 1673 y que tendrá una cierta influencia en la obra *Los Principia* de Newton.

Otra contribucion muy importante fue la del francés Pierre Fermat (1601 - 1665) con su obra titulada *Introducción al los lugares geométricos planos y sólidos*, que no fue publicada en vida de su autor, pero que circuló en forma manuscrita.

En ella, emplea Fermat una geometría analítica más próxima a la que utilizamos en la actualidad que a la de Descartes. No obstante, al igual que Descartes, no utiliza abcisas negativas e intuye la posibilidad de una geometría analítica de más de dos dimensiones.

Si a Schooten se le suele considerar como el impulsor de la geometría analítica en el continente europeo, el Inglaterra lo fue el catedrático de Geometría de Oxford John Wallis (1616 - !703), quien en 1655 publicó *Tractary de Sectionibus Conics*, en la que da la definiciones de la elipse y de la parábola como lugar geométrico de los puntos cuyas coordenadas satisfacen la ecuación de segundo grado con dos variables y además reemplaza sistemáticamente los conceptos geométricos por los aritméticos. En 1691, en la revista *Acta eruditorum* aparece un trabajo del suizo Jacques Bernoulli (1654 - 1705), en el que utiliza las coordenadas rectangulares y polares.

A.P.3. De acuerdo a la lectura desarrollada sobre la historia de la Geometría analítica, se deberá entregar un análisis de la lectura de acuerdo a:

- Cronología de hechos y aportes a la ciencia
- Científicos que participaron
- La ciencia y sociedad de la época
- Aplicaciones tecnológicas e implicaciones sociales de los avances
- Definición de palabras claves
- Conclusiones