

---

# MÓDULO INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS ELÉCTRICOS DE DISTRIBUCIÓN



**Bucaramanga, Agosto de 2015**

---

# CONTENIDO

---

- Análisis de estado senoidal permanente
- Análisis de potencia en circuitos de corriente alterna
- Sistemas trifásicos de corriente alterna
- Transformadores monofásicos y trifásicos
- Cálculos en por unidad (p.u)
- Modelado de líneas eléctricas
- Relaciones de tensiones y corrientes en una línea eléctrica

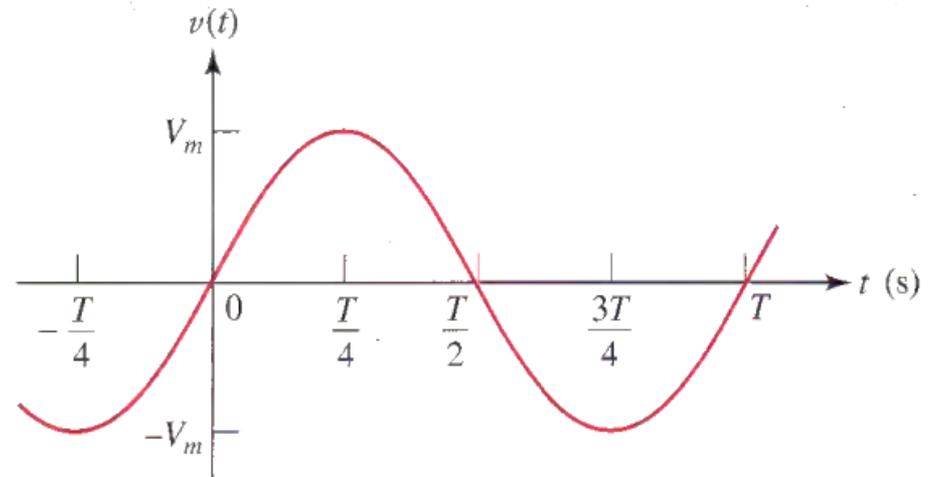
# Análisis de estado sinusoidal permanente

## Representación sinusoidal

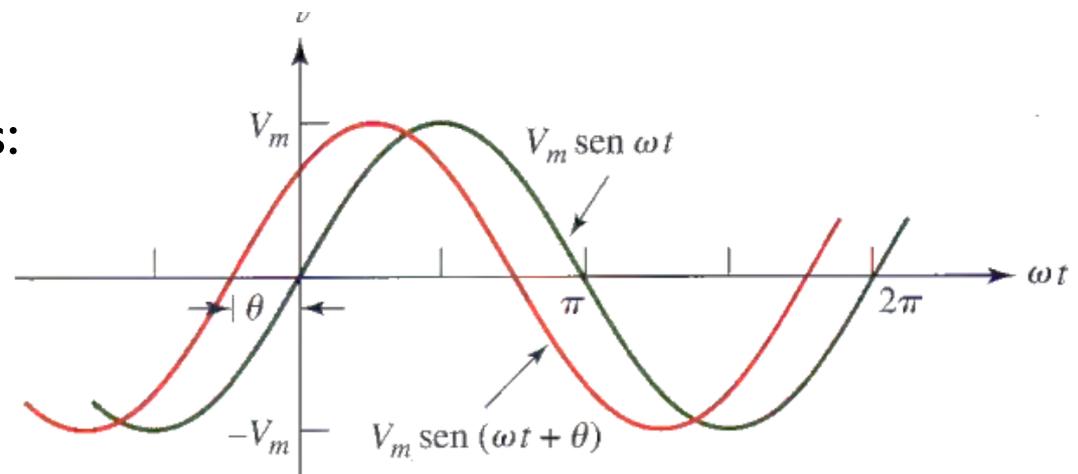
$$v(t) = V_m \text{sen}(\omega t + \theta)$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi/T \text{ (radianes/segundo)}$$



## Retraso y adelanto en senoidales:



# Análisis de estado sinusoidal permanente

*Dos ondas senoidales cuyas fases se van a comparar deben:*

1. Escribirse como ondas seno o como ondas coseno.
2. Expresarse con amplitudes positivas.
3. Tener cada una la misma frecuencia angular o radián.

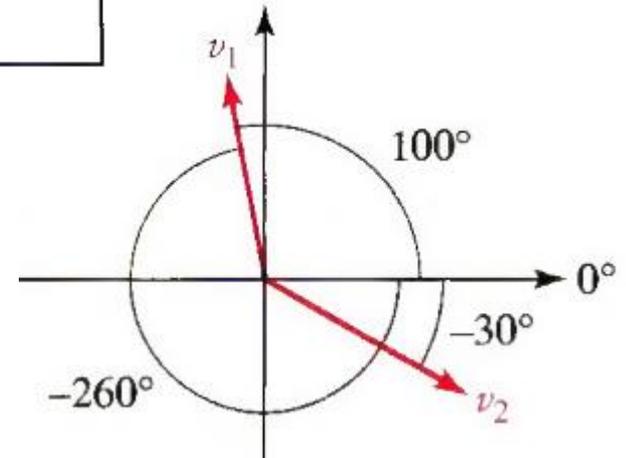
Conversiones importantes:

$$-\text{sen}\omega t = \text{sen}(\omega t \pm 180^\circ)$$

$$-\text{cos}\omega t = \text{cos}(\omega t \pm 180^\circ)$$

$$\mp \text{sen}\omega t = \text{cos}(\omega t \pm 90^\circ)$$

$$\pm \text{cos}\omega t = \text{sen}(\omega t \pm 90^\circ)$$



Ej: Determinar el ángulo mediante el cual  $i_1$  está retrasada respecto a  $v_1$

$$v_1 = 120 \cos(120\pi t - 40^\circ) \text{ V}$$

$i_1 =$

$$1.4 \text{ sen}(120\pi t - 70^\circ) \quad \text{Rta: } 120$$

$$-0.8 \text{ cos}(120\pi t - 110^\circ) \text{ A.}$$

Rta: -110

# Análisis de estado sinusoidal permanente

## Transformación Fasorial

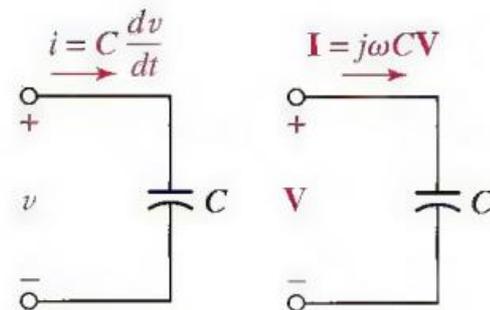
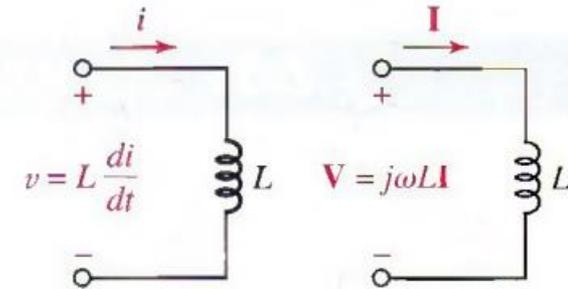
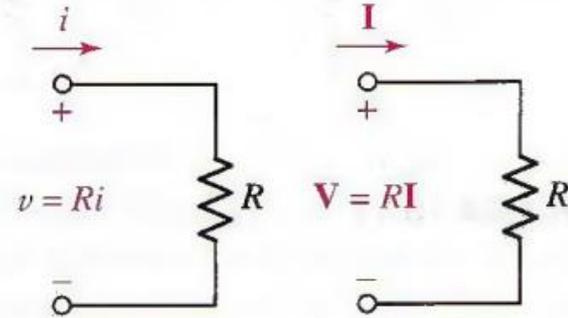
$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$i(t) = \text{Re}\{I_m e^{j(\omega t + \phi)}\}$$

$$\mathbf{I} = I_m e^{j\phi}$$

$$\mathbf{I} = I_m \angle \phi$$

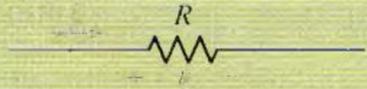
## Elementos de circuito



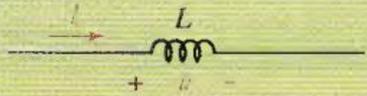
# Análisis de estado sinusoidal permanente

Comparación de las expresiones en el dominio del tiempo y de la frecuencia

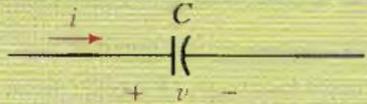
**Dominio del tiempo**



$$v = Ri$$



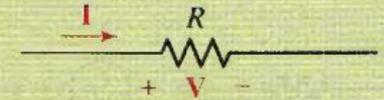
$$v = L \frac{di}{dt}$$



$$v = \frac{1}{C} \int i dt$$

**Dominio de la frecuencia**

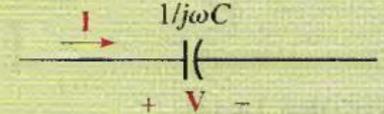
$$V = RI$$



$$V = j\omega LI$$



$$V = \frac{1}{j\omega C} I$$

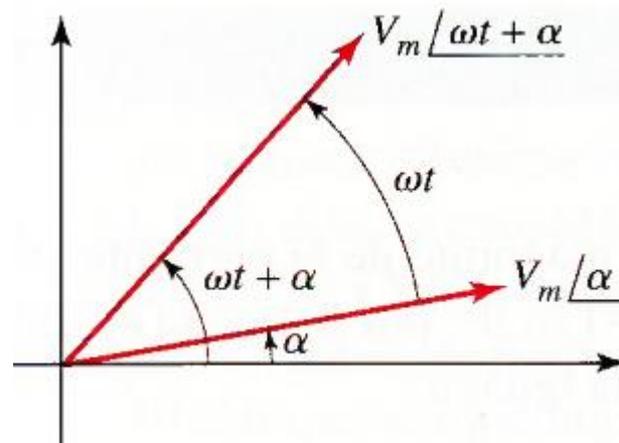
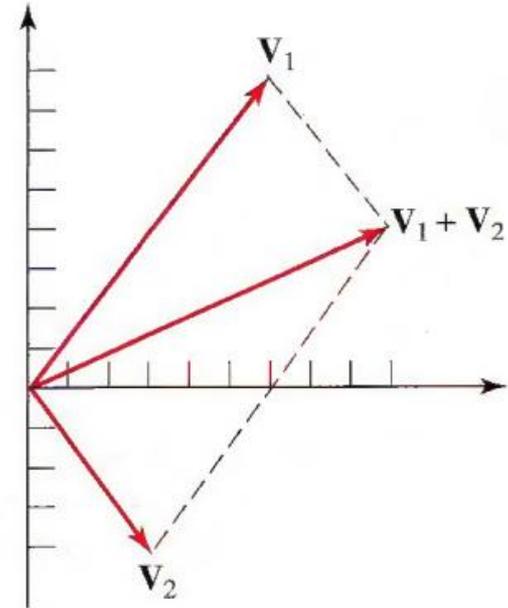
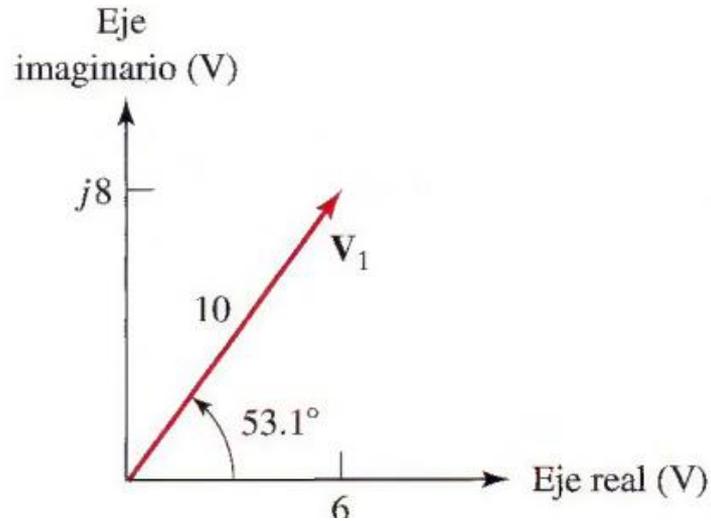


Las siguientes técnicas siguen siendo aplicadas en el análisis fasorial:

- Reducciones de impedancias
- Técnicas de nodos y mallas

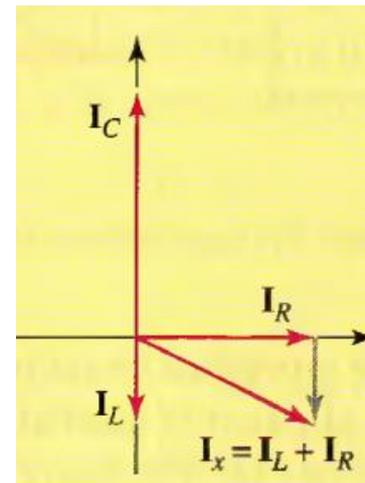
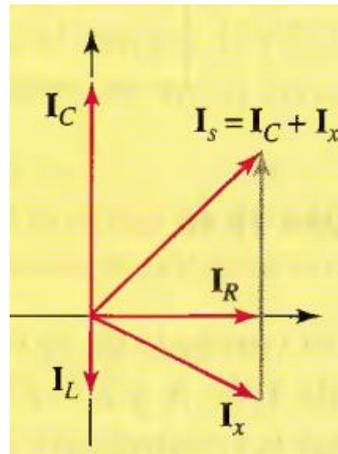
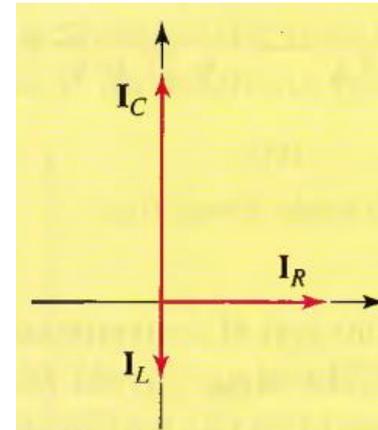
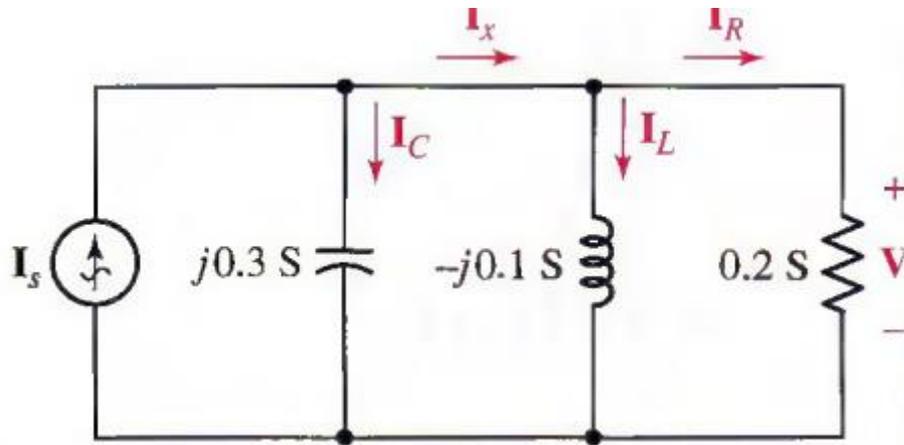
# Análisis de estado sinusoidal permanente

Diagramas fasoriales:



# Análisis de estado sinusoidal permanente

Diagramas fasoriales:



# Análisis de potencia en circuitos de c.a

## Potencia y Energía en C.A

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

Definición de potencia instantánea:

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$$

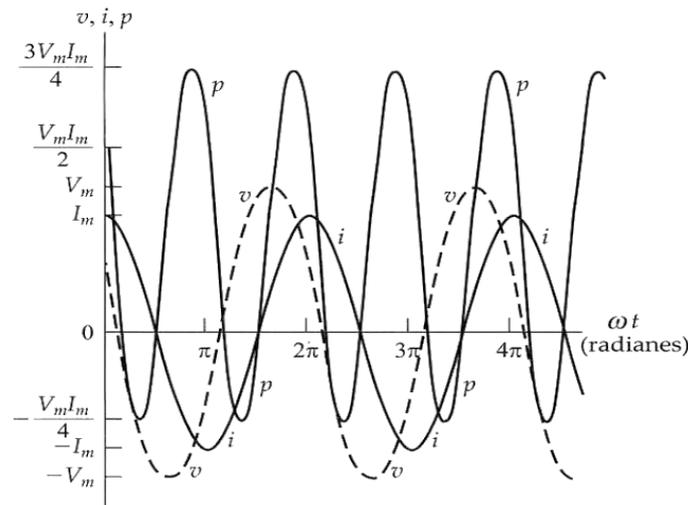
$$p(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta) \cos(\omega t + \phi)$$

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta - \phi) + \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta + \phi)$$

Definición de potencia promedio y reactiva (usando los valores pico):

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$Q = \frac{V_m I_m}{2} \sin(\theta_v - \theta_i)$$



# Análisis de potencia en circuitos de c.a

Expresiones para potencia promedio con valores pico:

Resistencia

$$P_R = \frac{1}{2} I_m^2 R$$

$$P_R = \frac{V_m^2}{2R}$$

Elementos puramente reactivos

$$P_X = 0$$

Expresiones para potencia en los elementos con valores eficaces:

Valor eficaz

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$I_{\text{ef}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Resistencia

$$P = I_{\text{ef}}^2 R$$

$$P = \frac{|\mathbf{V}_{\text{eff}}|^2}{R}$$

En circuitos de frecuencia múltiple

$$P = (I_{1\text{ef}}^2 + I_{2\text{ef}}^2 + \cdots + I_{N\text{ef}}^2) R$$

$$I_{\text{ef}} = \sqrt{I_{1\text{ef}}^2 + I_{2\text{ef}}^2 + \cdots + I_{N\text{ef}}^2}$$

# Análisis de potencia en circuitos de c.a

Potencia compleja, Potencia aparente y factor de potencia:

$$S = V_{\text{ef}} I_{\text{ef}}^*$$

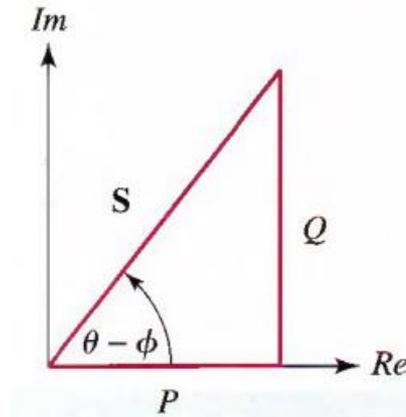
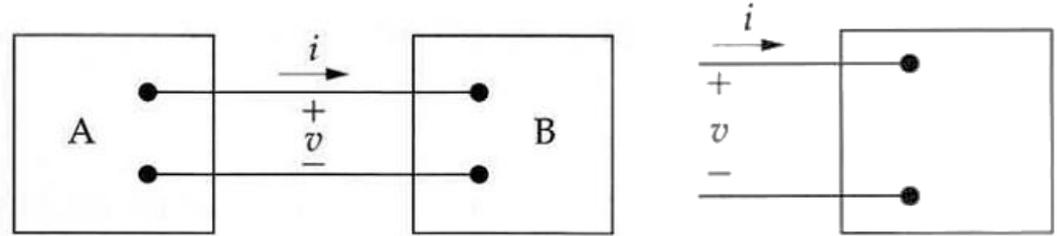
$$S = P + jQ$$

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$P = V_{\text{ef}} I_{\text{ef}} \cos(\theta - \phi)$$

$$Q = V_{\text{ef}} I_{\text{ef}} \text{sen}(\theta - \phi)$$

$$P = \frac{|V_{\text{eff}}|^2}{R} \quad Q = \frac{|V_{\text{eff}}|^2}{X}$$



$$\text{PF} = \frac{\text{potencia promedio}}{\text{potencia aparente}} = \frac{P}{V_{\text{ef}} I_{\text{ef}}}$$

Frases descriptivas:

- Factor de potencia en atraso
- Factor de potencia en adelanto

# Análisis de potencia en circuitos de c.a

## Resumen de los términos importantes:

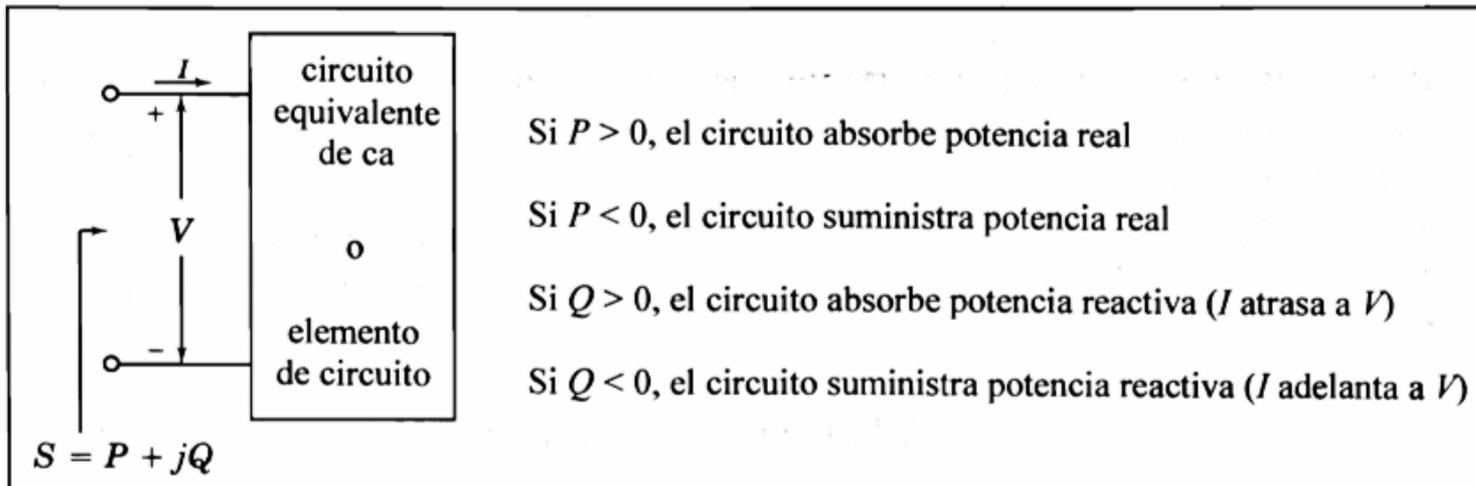
Término	Símbolo	Unidad	Descripción
Potencia instantánea	$p(t)$	W	$p(t) = v(t)i(t)$ . Valor de la potencia en un instante específico. ¡No es el producto de los fasores de tensión y de corriente!
Potencia promedio (activa)	$P$	W	En el estado senoidal permanente, $P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta - \phi)$ , donde $\theta$ es el ángulo de defasamiento de la tensión y $\phi$ es el ángulo de defasamiento de la corriente. Las reactancias no contribuyen a $P$ .
Valor eficaz o rms	$V_{\text{rms}}$ o $I_{\text{rms}}$	V o A	Definida, por ejemplo, como $I_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$ ; si $i(t)$ es senoidal, entonces $I_{\text{ef}} = I_m / \sqrt{2}$ .
Potencia aparente	$ \mathbf{S} $	VA	$ \mathbf{S}  = V_{\text{ef}} I_{\text{ef}}$ , y es el valor máximo posible de la potencia promedio; $P =  \mathbf{S} $ sólo para cargas puramente resistivas.
Factor de potencia	FP	Ninguno	Razón de la potencia promedio (activa) y potencia aparente. El FP es unitario en el caso de una carga puramente resistiva, y cero en el de una puramente reactiva.
Potencia reactiva	$Q$	VAR	Medio para medir la tasa de flujo de energía hacia y desde cargas reactivas.
Potencia compleja	$\mathbf{S}$	VA	Una conveniente cantidad compleja que contiene tanto la potencia promedio $P$ , como la potencia reactiva $Q$ : $\mathbf{S} = P + jQ$ .

# Análisis de potencia en circuitos de c.a

Resumen de las cantidades relacionadas con potencia:

Cantidad	Símbolo	Fórmula	Unidades
Potencia promedio (activa)	$P$	$V_{ef} I_{ef} \cos(\theta - \phi)$	watt (W)
Potencia reactiva	$Q$	$V_{ef} I_{ef} \sin(\theta - \phi)$	volt-ampere reactivo (VAR)
Potencia compleja	$S$	$P + jQ$ $V_{ef} I_{ef} / \theta - \phi$	volt-ampere (VA)
Potencia aparente	$ S $	$V_{ef} I_{ef}^*$ $V_{ef} I_{ef}$	volt- ampere (VA)

Dirección del flujo de  $P$  y  $Q$  donde  $S = VI^* = P + jQ$



# Análisis de potencia en circuitos de c.a

Ejemplo:

Una carga eléctrica opera a 240 V rms. La carga absorbe una potencia media de 8 kW con un factor de potencia en retardo de 0,8.

- Calcule la potencia compleja de la carga.
- Calcule la impedancia de la carga.

$$|S| = \frac{P}{\cos \theta} = \frac{8 \text{ kW}}{0,8} = 10 \text{ kVA},$$

$$S = 8 + j6 \text{ kVA}.$$

$$Q = 10 \sin \theta = 6 \text{ kVAR},$$

$$\begin{aligned} P &= V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos (\theta_v - \theta_i) \\ &= (240) I_{\text{eff}} (0,8) = 8000 \text{ W}. \end{aligned}$$

$$I_{\text{eff}} = 41,67 \text{ A}.$$

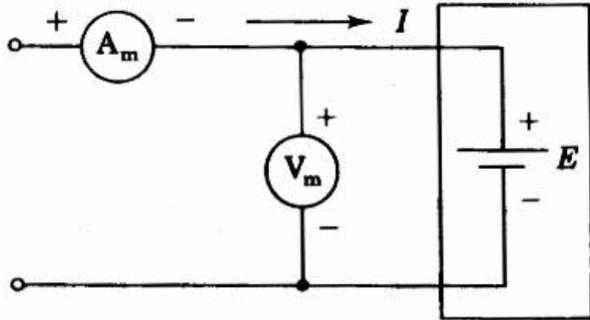
$$\theta = \cos^{-1} (0,8) = 36,87^\circ.$$

$$|Z| = \frac{|V_{\text{eff}}|}{|I_{\text{eff}}|} = \frac{240}{41,67} = 5,76.$$

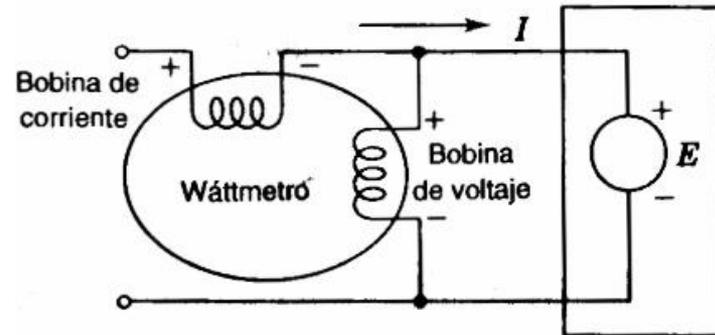
$$Z = 5,76 \angle 36,87^\circ \Omega = 4,608 + j3,456 \Omega.$$

# Análisis de potencia en circuitos de c.a

## Flujo de potencia con CC



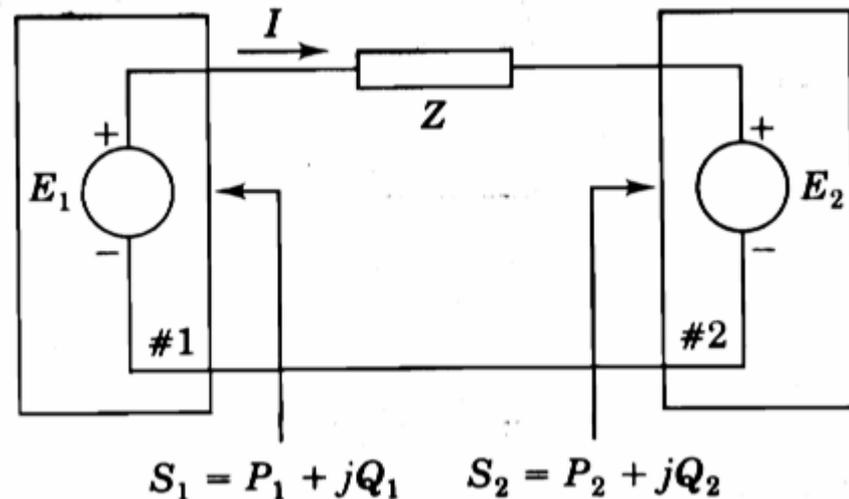
## Flujo de potencia con C.A



Dos fuentes:

$$E_1 = 100 \angle 0^\circ \text{ V}, E_2 = 100 \angle 30^\circ \text{ V}$$

$$Z = 0 + j5 \Omega$$



# Análisis de potencia en circuitos de c.a

---

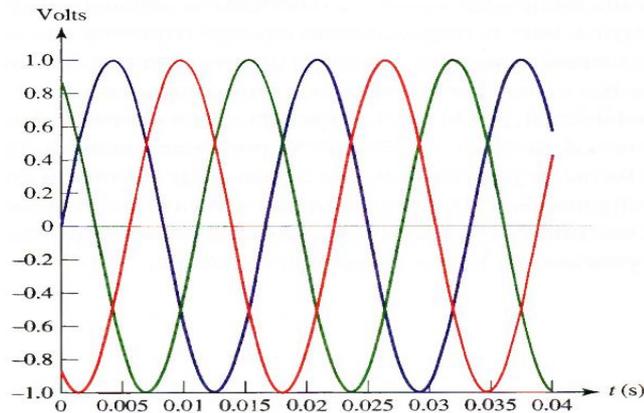
## Problema propuesto:

Una fábrica de galletas horneadas demanda mensualmente 200 kW en promedio y requiere de una potencia reactiva promedio mensual de 280 kVAR. En un esfuerzo por minimizar las pérdidas e invitar a sus clientes a operar a un FP elevado, una cierta compañía de electricidad local penaliza con 0.22 dólares/kVAR por cada KVAR por arriba de un valor de referencia calculado como 0.65 veces la demanda de potencia pico promedio. (a) Con base en el valor anterior, ¿cuál es el costo anual para esta compañía asociado con las penalizaciones por el concepto de FP? (b) Calcular el FP óptimo en el que se basa la política de la compañía. (c) Si existe una compensación a través de la compañía de electricidad a un costo de 200 dólares por incremento de 100 kVAR y de 395 dólares por incremento de 200 kVAR, ¿cuál es la solución más atractiva para el cliente?

# Sistemas trifásicos de corriente alterna

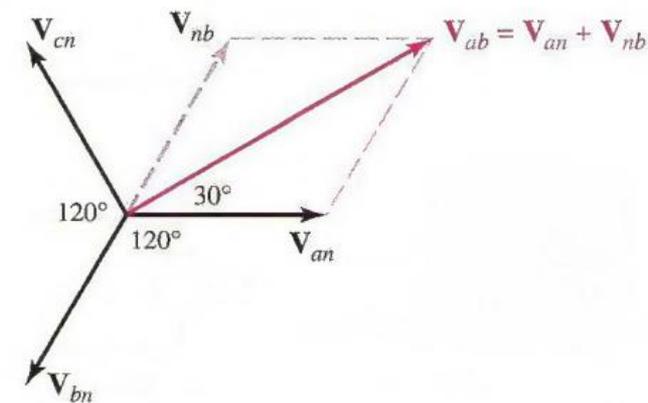
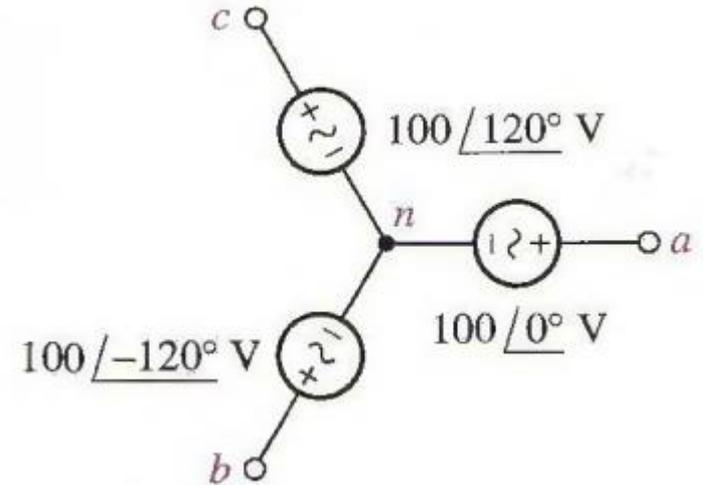
## Circuitos Trifásicos

### Sistema trifásico de tensiones



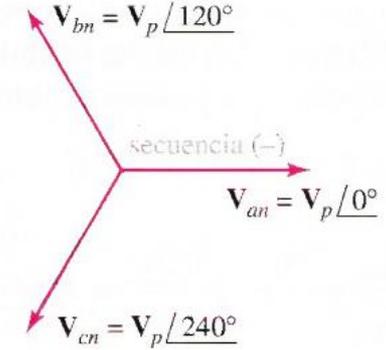
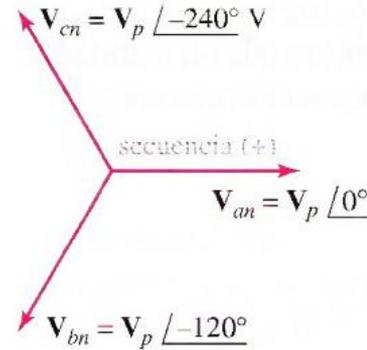
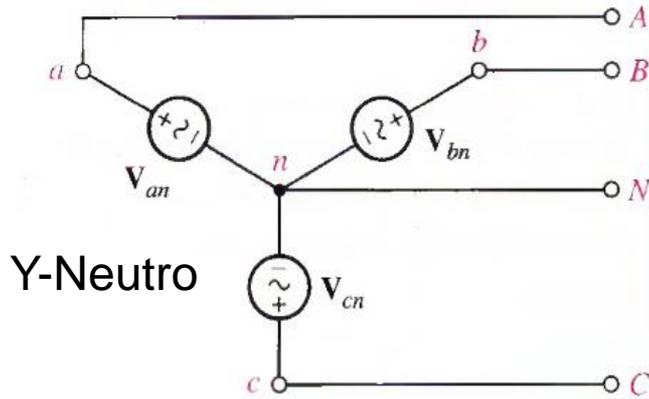
- **Ventajas:**

- Existencias de dos tensiones (línea y fase)
- Rendimiento mayor en máquinas trifásicas (Ej: motores de inducción vs motores monofásicos).
- Transporte de energía de forma más eficiente (menos pérdidas).

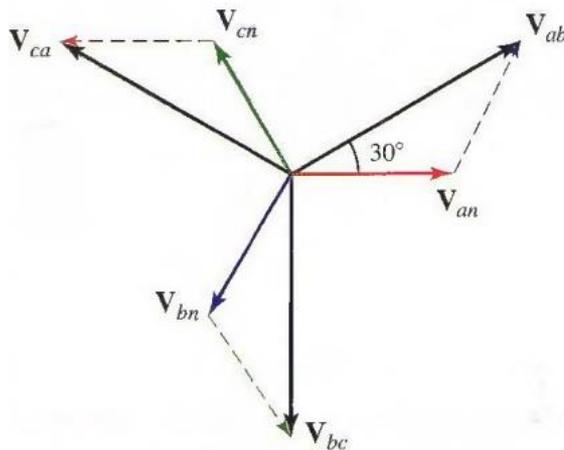


# Sistemas trifásicos de corriente alterna

## Conexiones de fuentes trifásicas



## Tensiones de línea



$$V_{ab} = \sqrt{3}V_p / 30^\circ$$

$$V_{bc} = \sqrt{3}V_p / -90^\circ$$

$$V_{ca} = \sqrt{3}V_p / -210^\circ$$

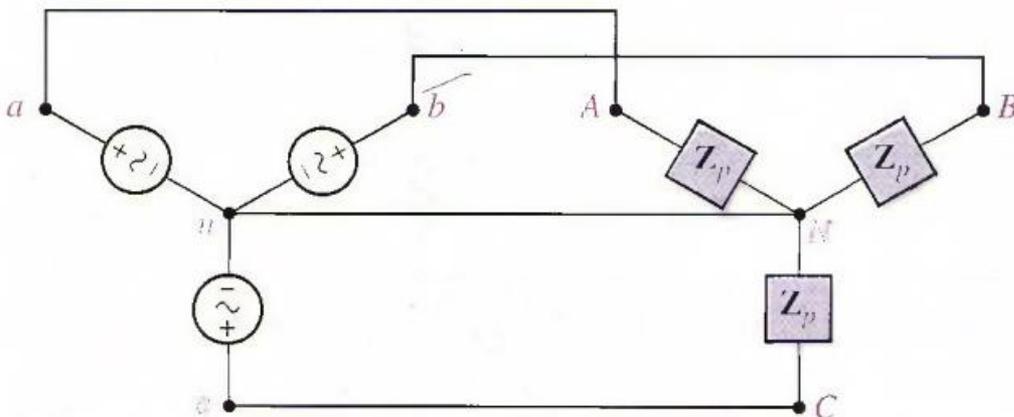
$$V_L = \sqrt{3}V_p$$

Adelanto de  $30^\circ$  sec(+)

Atraso de  $30^\circ$  sec(-)

# Sistemas trifásicos de corriente alterna

Carga balanceada conectada en Y (con o sin neutro)



$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{\mathbf{V}_{an}}{\mathbf{Z}_p}$$

$$\mathbf{I}_{Nn} = \mathbf{I}_{aA} + \mathbf{I}_{bB} + \mathbf{I}_{cC} = 0$$

**Ejemplo 1.2.** En un circuito trifásico balanceado el voltaje  $V_{ab}$  es  $173.2 \angle 0^\circ$  V. Determine todos los voltajes y corrientes en una carga conectada en Y que tiene  $Z_L = 10 \angle 20^\circ$ . Suponga que la secuencia de fases es  $abc$ .

$$V_{ab} = 173.2 \angle 0^\circ \text{ V} \quad V_{an} = 100 \angle -30^\circ \text{ V}$$

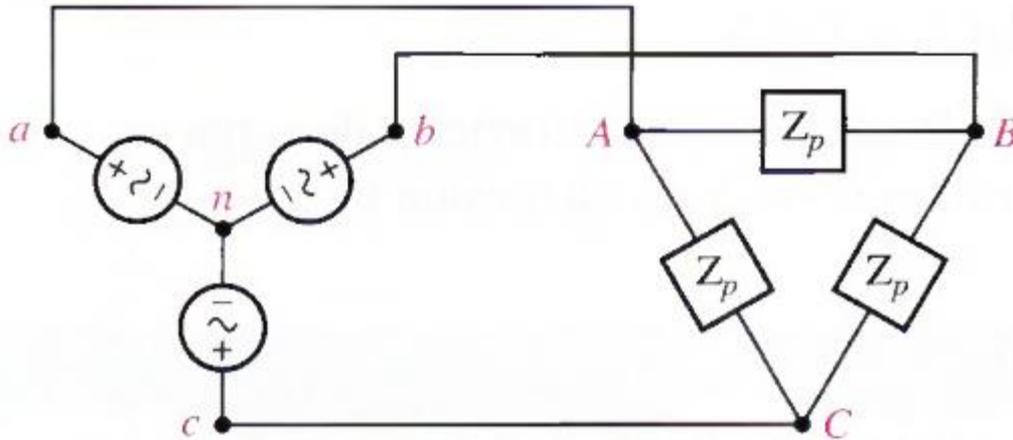
$$V_{bc} = 173.2 \angle 240^\circ \text{ V} \quad V_{bn} = 100 \angle 210^\circ \text{ V}$$

$$V_{ca} = 173.2 \angle 120^\circ \text{ V} \quad V_{cn} = 100 \angle 90^\circ \text{ V}$$

$$I_{an} = 10 \angle -50^\circ \text{ A} \quad I_{bn} = 10 \angle 190^\circ \text{ A} \quad I_{cn} = 10 \angle 70^\circ \text{ A}$$

# Sistemas trifásicos de corriente alterna

## Conexión Delta de la carga balanceada



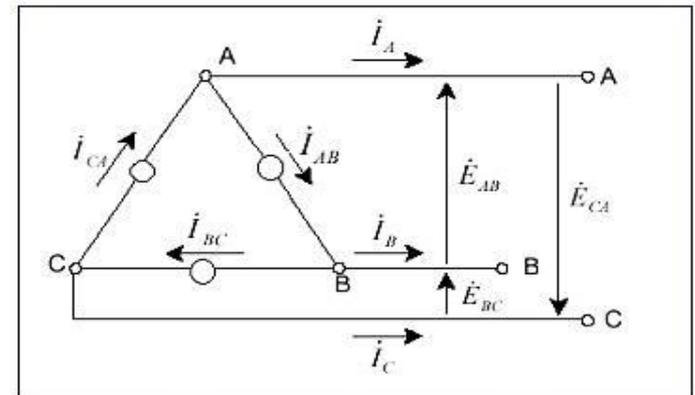
$$V_L = |\mathbf{V}_{ab}| = |\mathbf{V}_{bc}| = |\mathbf{V}_{ca}|$$

$$I_p = |\mathbf{I}_{AB}| = |\mathbf{I}_{BC}| = |\mathbf{I}_{CA}|$$

$$I_L = \sqrt{3}I_p$$

$$\mathbf{I}_{AB} = \frac{\mathbf{V}_{ab}}{\mathbf{Z}_p} \quad \mathbf{I}_{BC} = \frac{\mathbf{V}_{bc}}{\mathbf{Z}_p} \quad \mathbf{I}_{CA} = \frac{\mathbf{V}_{ca}}{\mathbf{Z}_p}$$

En el caso de fuente conectada en delta



Conexión en triángulo o delta

# Sistemas trifásicos de corriente alterna

---

## Potencia en Circuitos Trifásicos

$$P = 3 |V_p| |I_p| \cos \theta_p$$

$$|V_p| = \frac{|V_L|}{\sqrt{3}} \quad \text{y} \quad |I_p| = |I_L|$$

$$P = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \cos \theta_p$$

$$Q = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \sen \theta_p$$

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3} |V_L| |I_L|$$

# Sistemas trifásicos de corriente alterna

## Comparación de cargas trifásicas conectadas en Y y Δ

Carga	Tensión de fase	Tensión de línea	Corriente de fase	Corriente de línea	Potencia por fase
Y	$\mathbf{V}_{AN} = V_p \angle 0^\circ$ $\mathbf{V}_{BN} = V_p \angle -120^\circ$ $\mathbf{V}_{CN} = V_p \angle -240^\circ$	$\mathbf{V}_{AB} = \mathbf{V}_{ab}$ $= (\sqrt{3}/30^\circ) \mathbf{V}_{AN}$ $= \sqrt{3} V_p / 30^\circ$ $\mathbf{V}_{BC} = \mathbf{V}_{bc}$ $= (\sqrt{3}/30^\circ) \mathbf{V}_{BN}$ $= \sqrt{3} V_p / -90^\circ$ $\mathbf{V}_{CA} = \mathbf{V}_{ca}$ $= (\sqrt{3}/30^\circ) \mathbf{V}_{CN}$ $= \sqrt{3} V_p / -210^\circ$	$\mathbf{I}_{aA} = \mathbf{I}_{AN} = \frac{\mathbf{V}_{AN}}{\mathbf{Z}_p}$ $\mathbf{I}_{bB} = \mathbf{I}_{BN} = \frac{\mathbf{V}_{BN}}{\mathbf{Z}_p}$ $\mathbf{I}_{cC} = \mathbf{I}_{CN} = \frac{\mathbf{V}_{CN}}{\mathbf{Z}_p}$	$\mathbf{I}_{aA} = \mathbf{I}_{AN} = \frac{\mathbf{V}_{AN}}{\mathbf{Z}_p}$ $\mathbf{I}_{bB} = \mathbf{I}_{BN} = \frac{\mathbf{V}_{BN}}{\mathbf{Z}_p}$ $\mathbf{I}_{cC} = \mathbf{I}_{CN} = \frac{\mathbf{V}_{CN}}{\mathbf{Z}_p}$	$\sqrt{3} V_L I_L \cos \theta$ <p>donde <math>\cos \theta =</math> factor de potencia de la carga.</p>
Δ	$\mathbf{V}_{AB} = \mathbf{V}_{ab}$ $= \sqrt{3} V_p / 30^\circ$ $\mathbf{V}_{BC} = \mathbf{V}_{bc}$ $= \sqrt{3} V_p / -90^\circ$ $\mathbf{V}_{CA} = \mathbf{V}_{ca}$ $= \sqrt{3} V_p / -210^\circ$	$\mathbf{V}_{AB} = \mathbf{V}_{ab}$ $= \sqrt{3} V_p / 30^\circ$ $\mathbf{V}_{BC} = \mathbf{V}_{bc}$ $= \sqrt{3} V_p / -90^\circ$ $\mathbf{V}_{CA} = \mathbf{V}_{ca}$ $= \sqrt{3} V_p / -210^\circ$	$\mathbf{I}_{AB} = \frac{\mathbf{V}_{AB}}{\mathbf{Z}_p}$ $\mathbf{I}_{BC} = \frac{\mathbf{V}_{BC}}{\mathbf{Z}_p}$ $\mathbf{I}_{CA} = \frac{\mathbf{V}_{CA}}{\mathbf{Z}_p}$	$\mathbf{I}_{aA} = (\sqrt{3} / -30^\circ) \frac{\mathbf{V}_{AB}}{\mathbf{Z}_p}$ $\mathbf{I}_{bB} = (\sqrt{3} / -30^\circ) \frac{\mathbf{V}_{BC}}{\mathbf{Z}_p}$ $\mathbf{I}_{cC} = (\sqrt{3} / -30^\circ) \frac{\mathbf{V}_{CA}}{\mathbf{Z}_p}$	$\sqrt{3} V_L I_L \cos \theta$ <p>donde <math>\cos \theta =</math> factor de potencia de la carga.</p>

# Sistemas trifásicos de corriente alterna

## Ejercicio propuesto

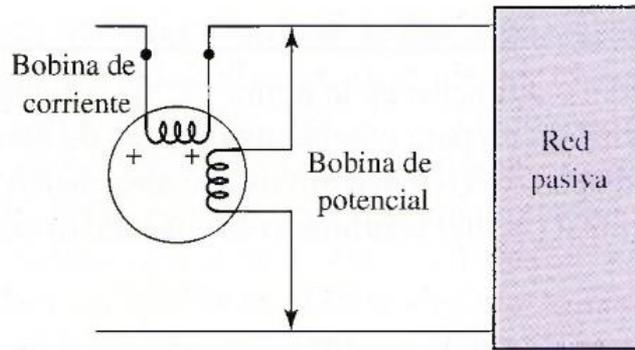
12.8 Un sistema trifásico balanceado de tres hilos se termina con dos cargas en paralelo conectadas en  $\Delta$ . La carga 1 demanda 4 kVA con un FP de 0.8 retrasado, en tanto que la carga 2 absorbe 24 kW con un FP de 0.9 adelantado. Suponer que no hay resistencia de línea y sea  $\mathbf{V}_{ab} = 440/\underline{30^\circ}$  V. Calcular: (a) la potencia activa total suministrada a las cargas; (b) la corriente de fase  $\mathbf{I}_{AB1}$  de la carga retrasada; (c)  $\mathbf{I}_{AB2}$ ; (d)  $\mathbf{I}_{aA}$ .

---

Respuestas: 56.0 kW;  $30.3/\underline{-6.87^\circ}$  A;  $20.2/\underline{55.8^\circ}$  A;  $75.3/\underline{-12.46^\circ}$  A.

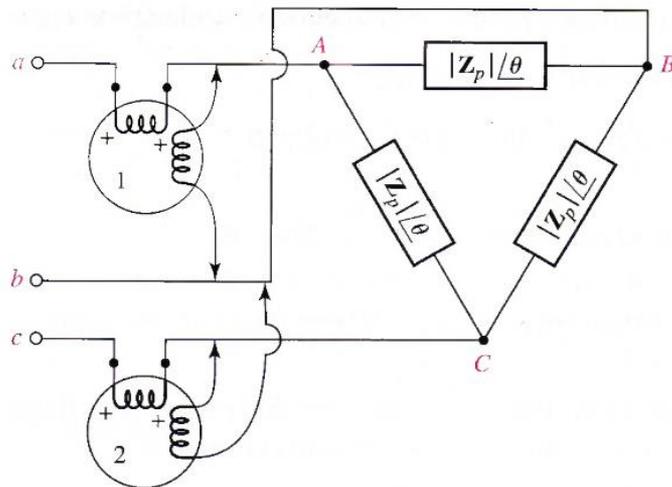
# Sistemas trifásicos de corriente alterna

## Medición de potencia en sistemas trifásicos



$$P = |\mathbf{V}_2| |\mathbf{I}| \cos(\text{ang } \mathbf{V}_2 - \text{ang } \mathbf{I})$$

## Método de los dos vatímetros (Conexión Aron)



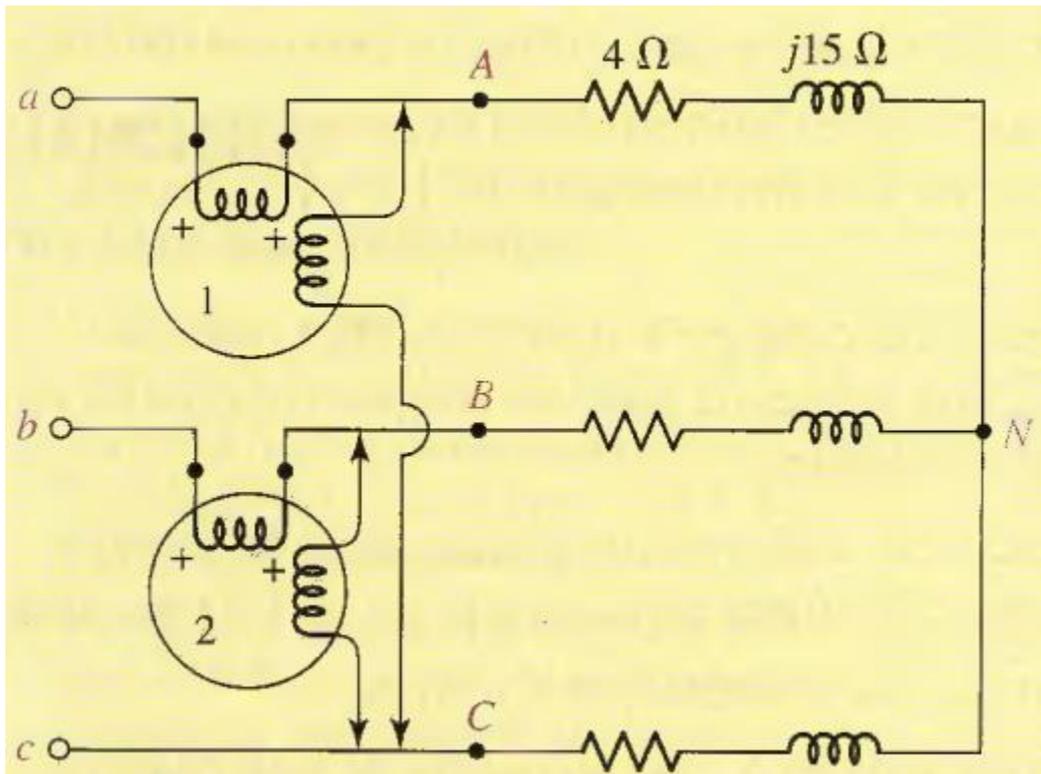
$$P = P_1 + P_2$$

$$\tan \theta = \sqrt{3} \frac{P_2 - P_1}{P_2 + P_1}$$

# Sistemas trifásicos de corriente alterna

Resolver:

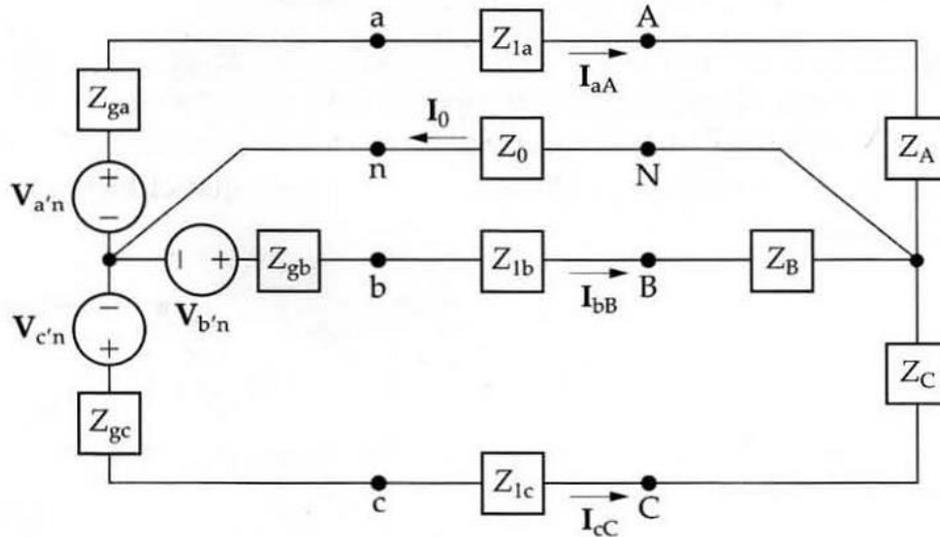
Lectura de los vatímetros y la potencia total consumida por la carga.



$$\begin{aligned} V_{ab} &= 230 \angle 0^\circ \quad \text{V} \\ V_{bc} &= 230 \angle -120^\circ \quad \text{V} \\ V_{ca} &= 230 \angle 120^\circ \quad \text{V} \end{aligned}$$

# Sistemas trifásicos de corriente alterna

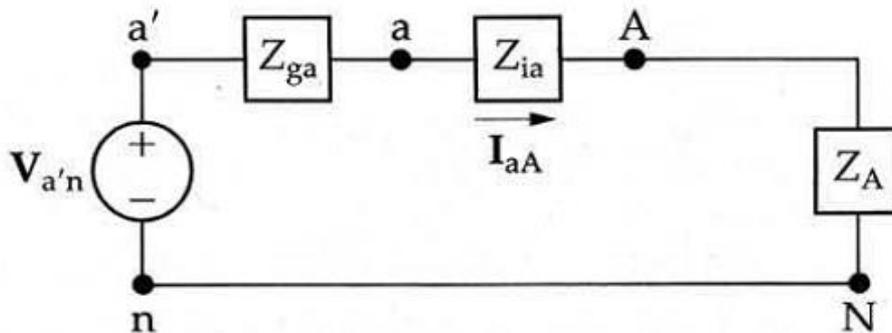
Otras situaciones de análisis:



Condiciones desbalanceadas:

- Sin neutro
- Con neutro

- En condiciones balanceadas:



Circuito equivalente monofásico

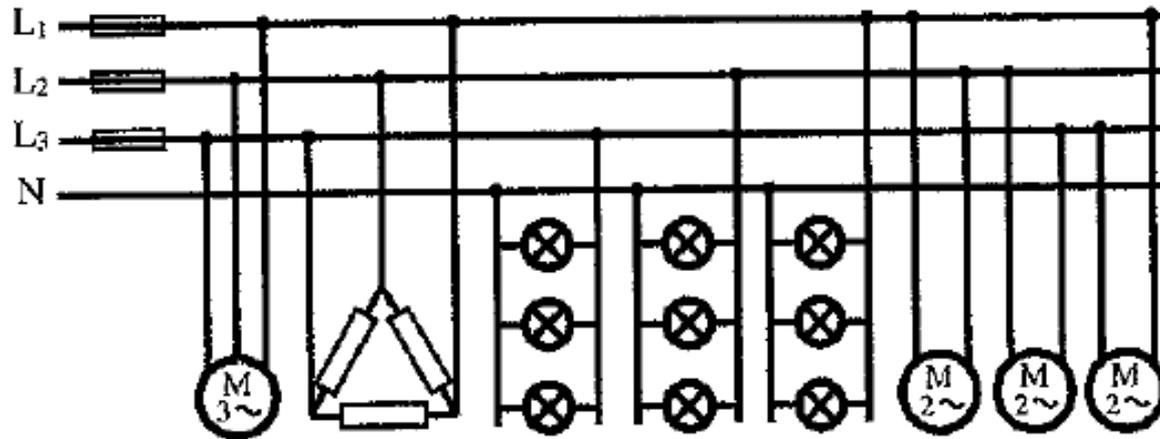
$$I_{aA} = \frac{V_{a'n} - V_N}{Z_A + Z_{1a} + Z_{ga}} = \frac{V_{a'n}}{Z_\phi},$$

$$I_{bB} = \frac{V_{b'n} - V_N}{Z_B + Z_{1b} + Z_{gb}} = \frac{V_{b'n}}{Z_\phi},$$

$$I_{cC} = \frac{V_{c'n} - V_N}{Z_C + Z_{1c} + Z_{gc}} = \frac{V_{c'n}}{Z_\phi}.$$

# Sistemas trifásicos de corriente alterna

Instalaciones trifásicas con varias cargas:

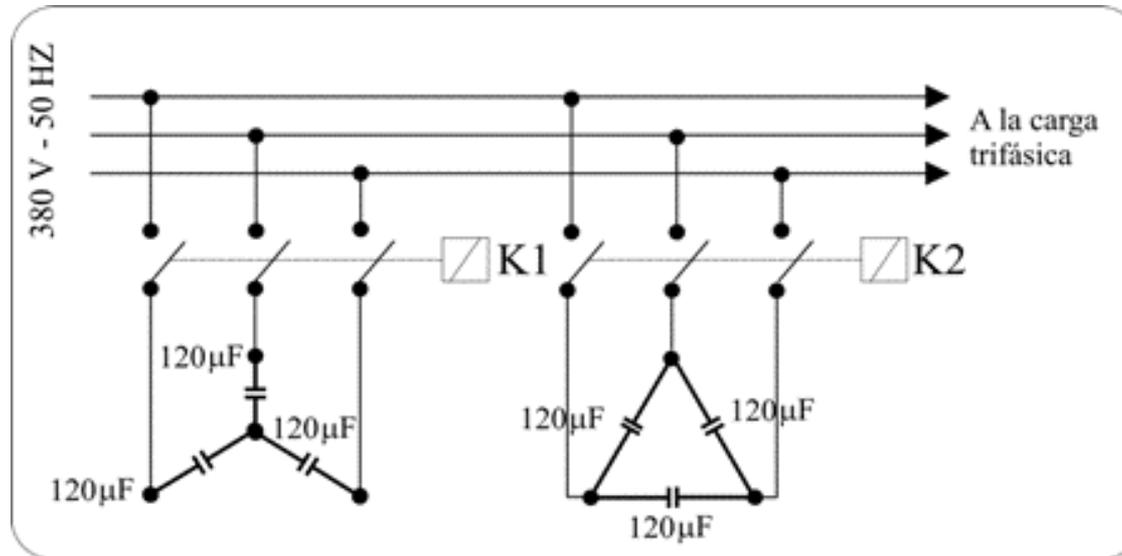


Variables de interés:

- Potencia total instalada
- Factor de potencia
- Corriente total

# Sistemas trifásicos de corriente alterna

## Compensación por bancos de condensadores



- Reducción de la potencia aparente total
- Reducción de la corriente eléctrica
- Reducción de pérdidas de potencia

# Sistemas trifásicos de corriente alterna

---

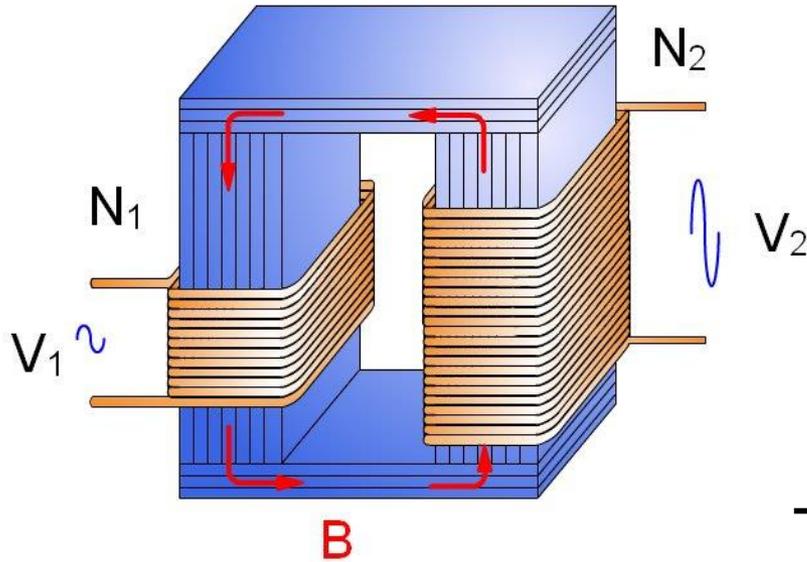
## Problema propuesto:

Una línea de distribución trifásica equilibrada tiene una impedancia de  $1 + j8 \Omega/\phi$ . Esta línea se utiliza para alimentar a tres cargas trifásicas equilibradas conectadas en paralelo. Las tres cargas son  $L_1 = 120 \text{ kVA}$  con un fp de 0,96 en adelanto,  $L_2 = 180 \text{ kVA}$  con fp de 0,80 en retardo y  $L_3 = 100,8 \text{ kW}$  y  $15,6 \text{ kVAR}$  (magnetizantes). La magnitud de la tensión de línea en los terminales de las cargas es  $2400\sqrt{3} \text{ V}$ .

- ¿Cuál es la magnitud de la tensión de línea en el extremo de la línea correspondiente al generador?
- ¿Cuál es la eficiencia porcentual de la línea de distribución con respecto a la potencia media?

# Transformador monofásico

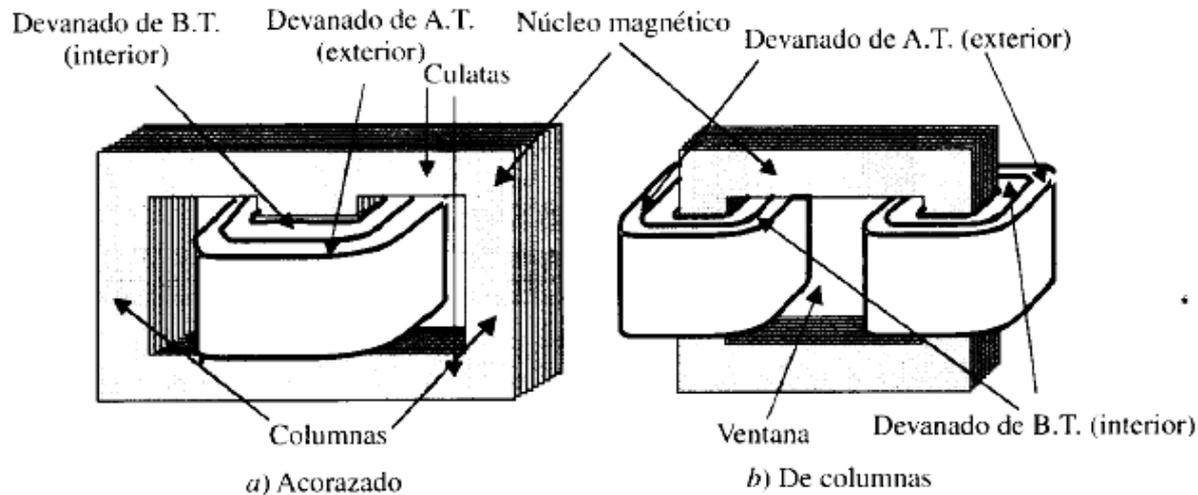
## Modelamiento de un transformador



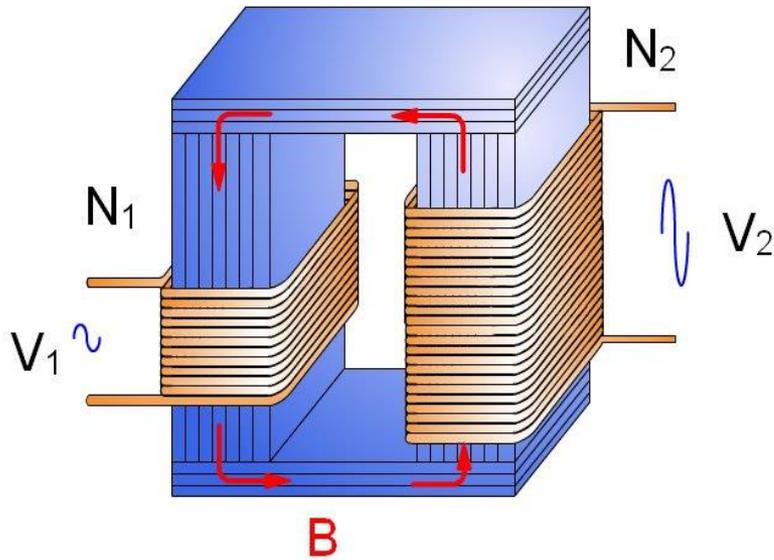
Constituido por:

- Devanado primario
- Devanado secundario
- Aislamiento eléctrico

Tipos:



# Transformador monofásico



Relación de transformación

$$\frac{V_1}{V_2} = m = \frac{N_1}{N_2}$$

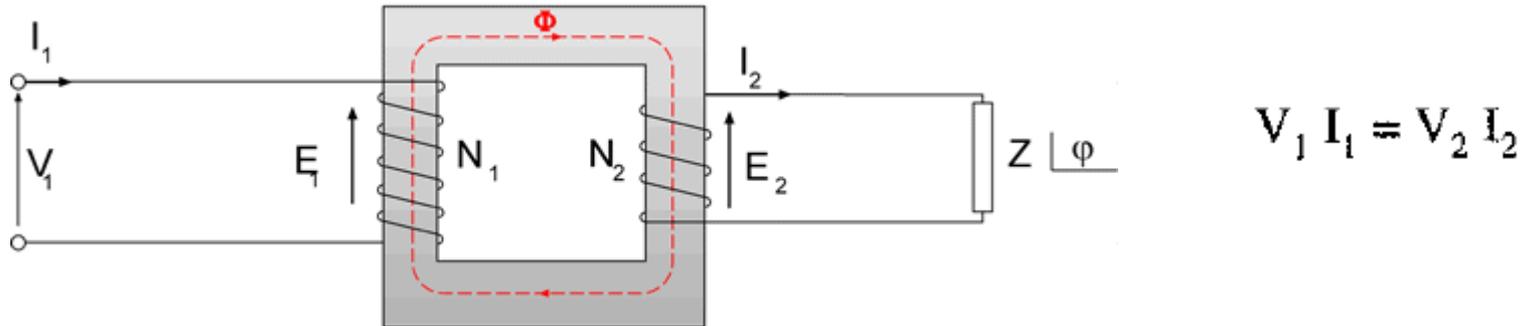
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{m}$$

Tensión inducida:

$$V_1 = E_1 = 4,44 f N_1 \Phi_{\text{máx}} \Rightarrow \Phi_{\text{máx}} = \frac{V_1}{4,44 f N_1}$$

# Transformador monofásico

- Funcionamiento con carga del transformador ideal



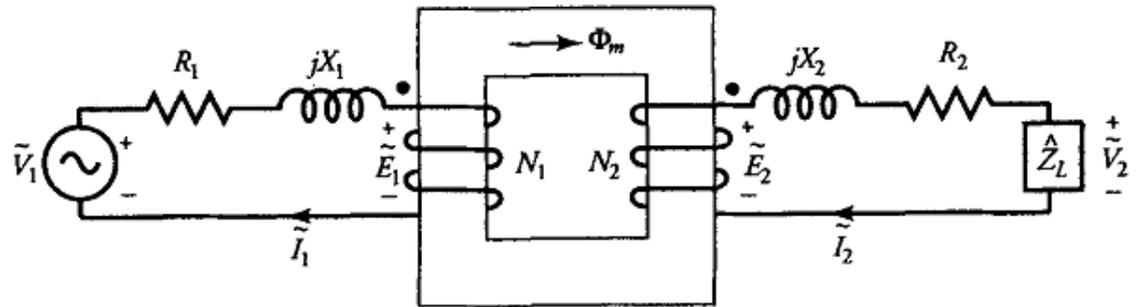
- Los devanados primario y secundario tienen resistencias óhmicas despreciables, lo que significa que no hay pérdidas por efecto Joule. En un sistema real estas resistencias son de pequeño valor pero no nulas.

- No existen flujos de dispersión lo que significa que todo el flujo magnético está confinado al núcleo y enlaza ambos devanados primario y secundario. En el transformador real existen pequeños flujos de dispersión.

# Transformador monofásico

- Modelo real del transformador

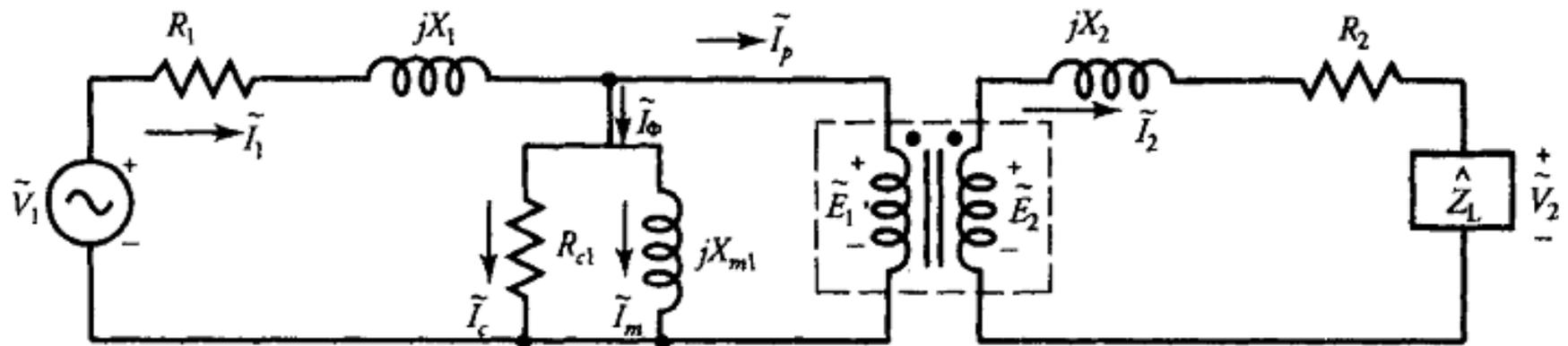
- Tanto el devanado primario como el secundario tienen resistencias óhmicas  $R_1$  y  $R_2$ .



- Se presentan fenómenos (histéresis y corriente de Foucault) en el núcleo que hacen que la potencia transferida no sea la misma que a la entrada del transformador.
- El flujo tiende a dispersarse a través del aire y del propio chasis del transformador.

# Transformador monofásico

## Modelo real del transformador



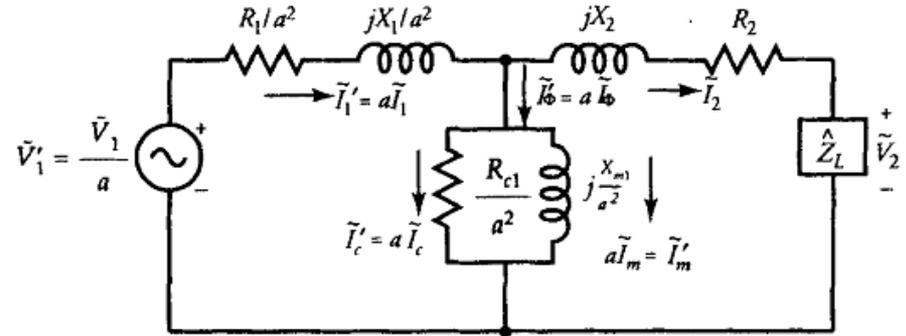
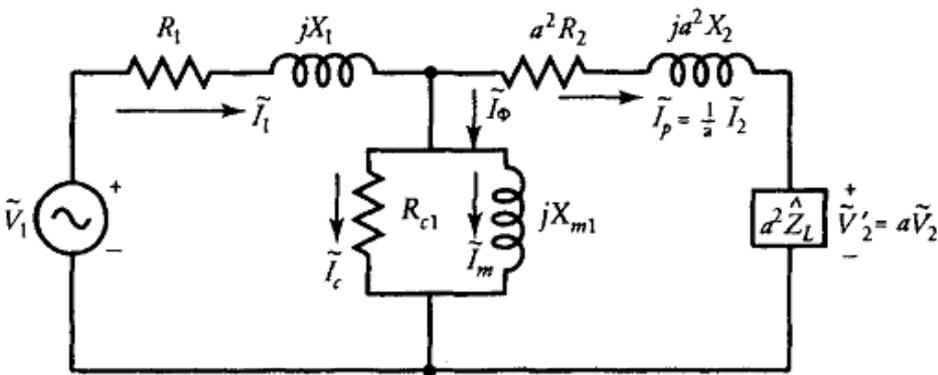
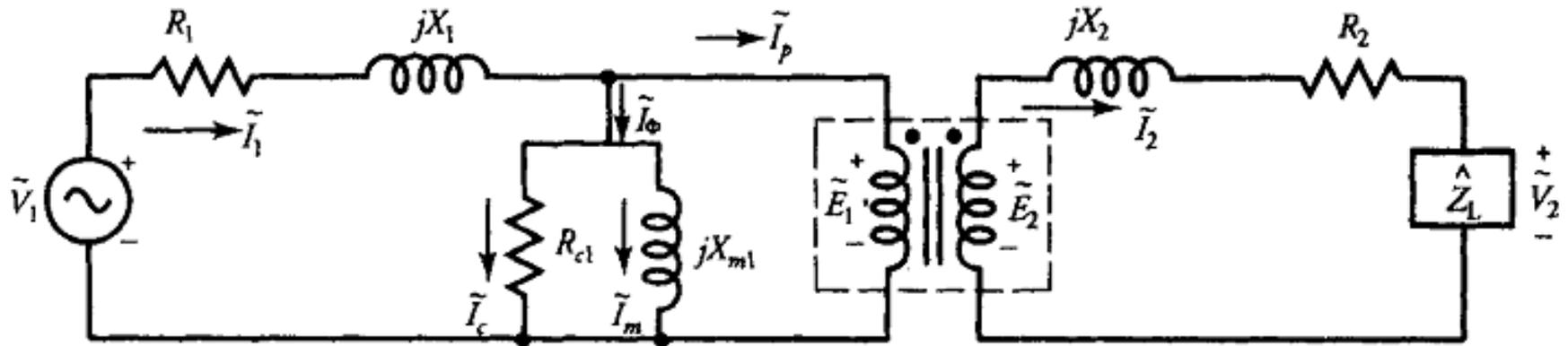
$a = N_1/N_2$  relación de transformación

La relación utilizada para referir impedancias del primario al secundario y viceversa:

$$Z_s = Z_p / a^2$$

# Transformador monofásico

## Circuitos equivalentes referidos



# Sistemas Eléctricos de Distribución

## Cálculos en p.u para circuitos monofásicos

$$\text{Cantidad por unidad} = \frac{\text{Valor real}}{\text{Valor base}} \quad I_b = \frac{S_b}{V_b} \quad Z_b = \frac{V_b}{I_b}$$

## Cálculos en p.u para circuitos trifásicos

$$\text{Corriente base, A} = \frac{\text{kVA}_{3\phi} \text{ base}}{\sqrt{3} \times \text{voltaje base, kV}_{LL}} \quad \text{Impedancia base} = \frac{(\text{voltaje base, kV}_{LL})^2}{\text{MVA}_{3\phi} \text{ base}}$$

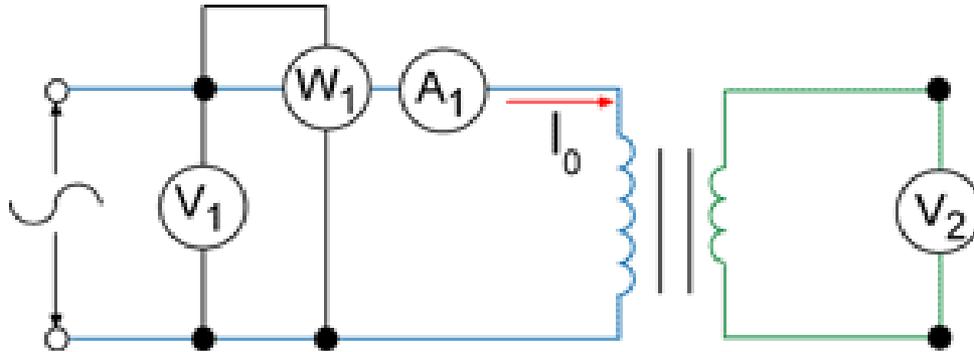
## Cambio de base de cantidades en p.u

$$\text{Impedancia en por unidad} = \frac{(\text{impedancia real, } \Omega) \times (\text{kVA base})}{(\text{voltaje base, kV})^2 \times 1000}$$

$$Z_{\text{nueva}} \text{ en por unidad} = Z_{\text{dada}} \text{ en por unidad} \left( \frac{\text{kV}_{\text{dados}} \text{ base}}{\text{kV}_{\text{nuevos}} \text{ base}} \right)^2 \left( \frac{\text{kVA}_{\text{nuevos}} \text{ base}}{\text{kVA}_{\text{dados}} \text{ base}} \right)$$

# Transformador monofásico

- Ensayo de vacío del transformador

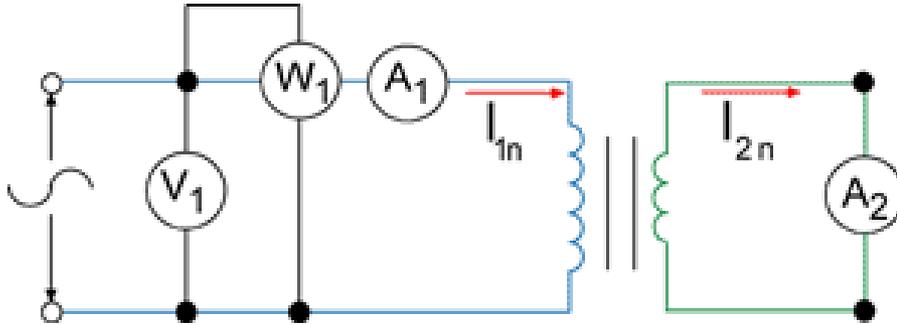


Las lecturas de los voltímetros, el amperímetro y el vatímetro permiten determinar:

- La relación de transformación  $m$
- La corriente de vacío
- Las pérdidas en el hierro

# Transformador monofásico

- Ensayo de cortocircuito del transformador



Las lecturas de los amperímetros, voltímetro y el vatímetro permiten determinar:

- Los parámetros de circuito  $R_e$ ,  $X_e$  y  $Z_e$
- Tensión de cortocircuito porcentual
- Las pérdidas en el cobre

# Transformador monofásico

---

## Problema propuesto:

*Un transformador monofásico de 250 kVA, 15.000/250 V, 50 Hz, ha dado los siguientes resultados en unos ensayos: Vacío: 250 V, 80 A, 4.000 W (datos medidos en el lado de B.T.). Cortocircuito: 600 V, corriente asignada, 5.000 W (datos medidos en el lado de A.T.). Calcular: a) Parámetros del circuito equivalente del transformador reducido al primario. b) Corriente de cortocircuito de falta.*

# Transformador monofásico

- Caída de tensión de un transformador

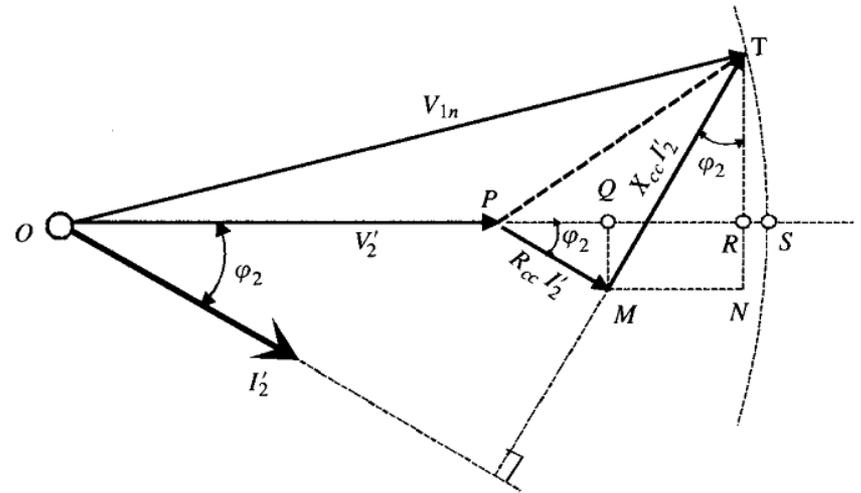
Debido a la existencia de resistencias y reactancias en serie con los devanados, al circular una corriente de carga la tensión secundaria se verá reducida.

Se expresa a través del coeficiente de regulación:

$$VR\% = \frac{V_{2NL} - V_{2FL}}{V_{2FL}} \times 100$$

$V_{1n}$  = Tensión nominal del primario

$V'_2$  = tensión de secundario con carga, referida al primario



# Transformador monofásico

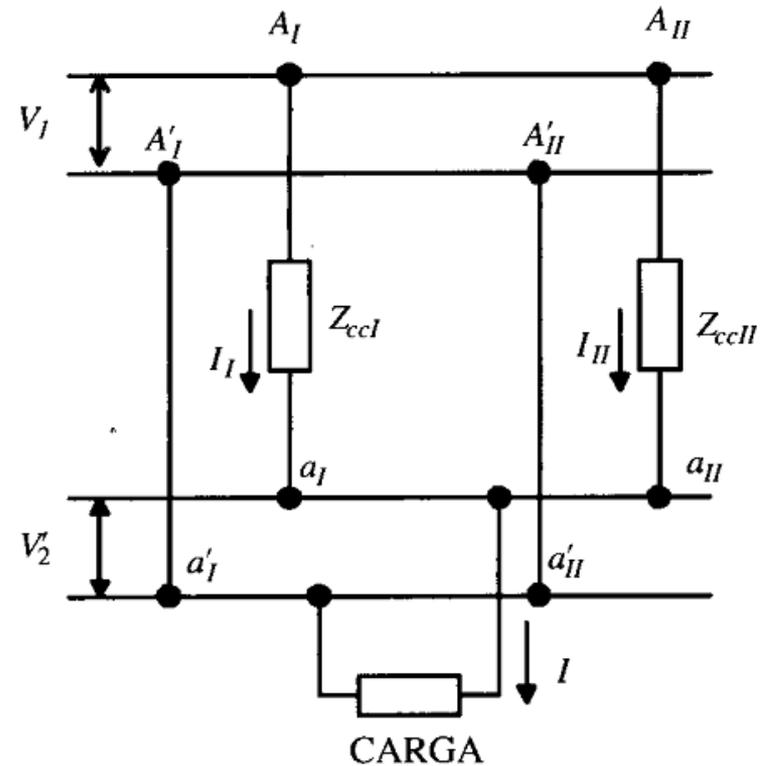
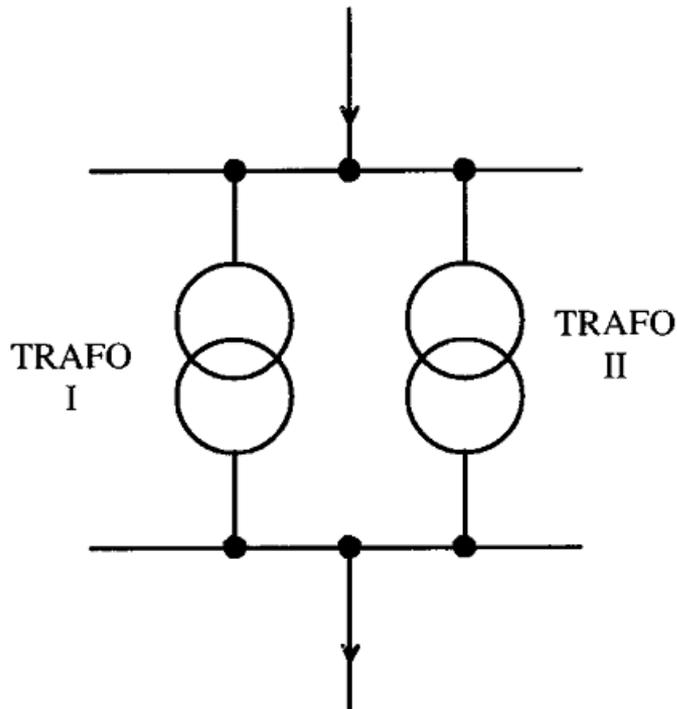
---

## Problema propuesto:

*Se dispone de un transformador monofásico de 250 kVA, 15.000/250 V, 50 Hz, que tiene unos parámetros  $R_{cc} = 18 \Omega$ ;  $X_{cc} = 31,17 \Omega$  (véase ejemplo de aplicación 3.4). Calcular: a) Caídas de tensión relativas  $\varepsilon_{R_{cc}}$  y  $\varepsilon_{X_{cc}}$ . b) Regulación a plena carga con f.d.p. 0,8 inductivo. c) Tensión secundaria en el caso anterior. d) Regulación a media carga y tensión secundaria correspondiente con f.d.p. 0,6 capacitivo. e) Regulación a 3/4 de la plena carga con f.d.p. unidad y tensión secundaria correspondiente. NOTA: La tensión primaria se mantiene constante en todos los casos en 15.000 V.*

# Transformador monofásico

## Acoplamiento en paralelo de transformadores



$$\frac{C_I}{C_{II}} = \frac{\varepsilon_{CCII}}{\varepsilon_{CCI}}$$

El reparto de potencias se realiza en forma proporcional a las potencias asignadas respectivas.

# Transformador monofásico

---

Ejemplo:

*Dos transformadores monofásicos tienen las siguientes características:*

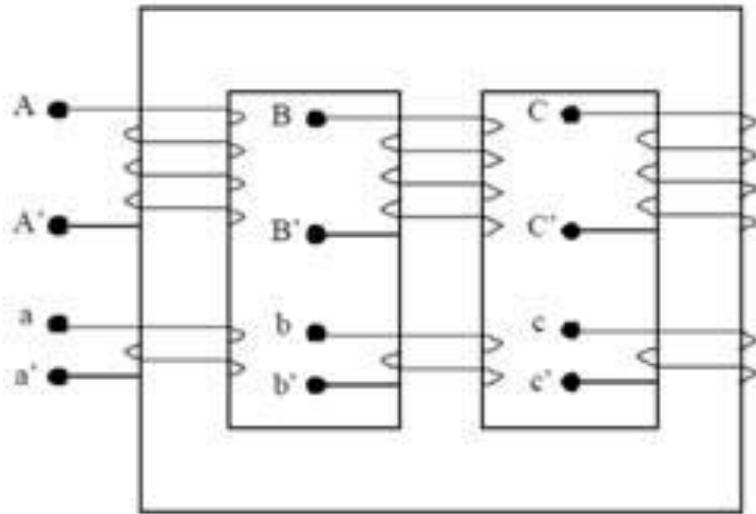
TRANSFORMADOR I: 1.000/100 V ; 100 kVA ;  $\varepsilon_{RCC} = 3\%$ ,  $\varepsilon_{XCC} = 4\%$  ;  $\varepsilon_{CC} = 5\%$

TRANSFORMADOR II: 1.000/100 V ; 200 kVA ;  $\varepsilon_{RCC} = 3\%$ ,  $\varepsilon_{XCC} = 4\%$  ;  $\varepsilon_{CC} = 5\%$

*Se conectan en paralelo para alimentar una carga de 150 kVA, con f.d.p. 0,8 inductivo. Calcular: a) impedancias internas de ambos transformadores; b) reparto de corrientes, potencias activas y aparentes. NOTA: Se supone la tensión secundaria constante e igual a 100 V.*

# Transformador trifásico

## Transformadores Trifásicos



- Tres transformadores monofásicos
- Los mismos principios teóricos que el transformador monofásico

Conexiones:

Alta

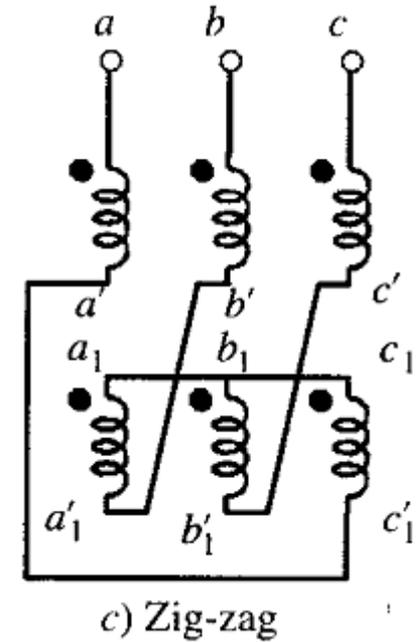
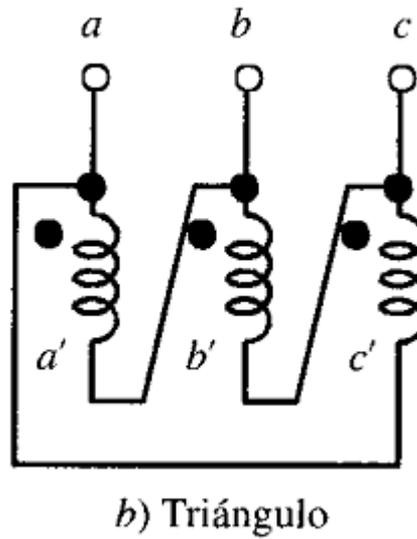
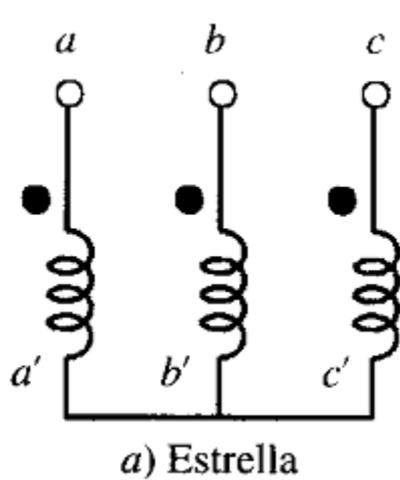
Baja

Y  
Y  
D  
D  
Y  
D

y  
d  
y  
d  
z  
z

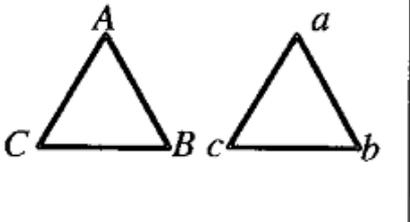
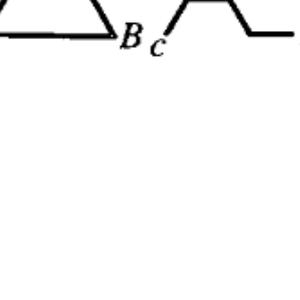
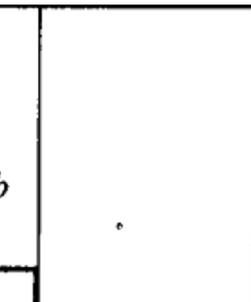
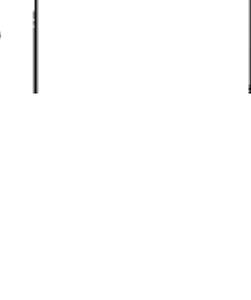
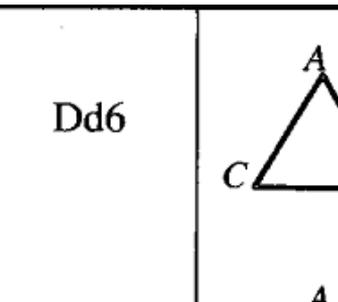
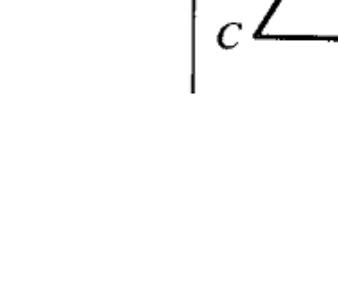
# Transformador trifásico

## Conexiones de los devanados



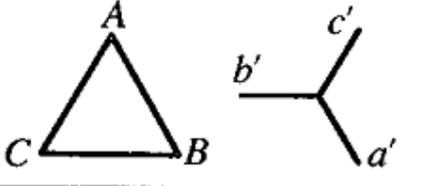
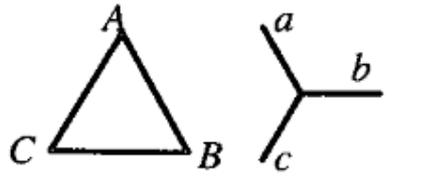
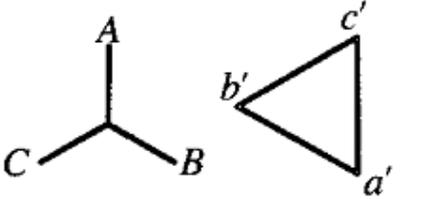
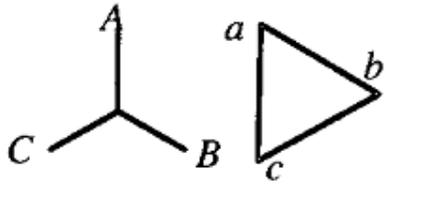
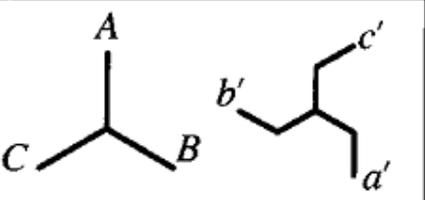
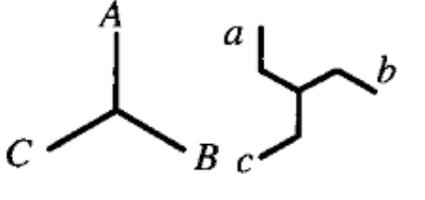
# Transformador trifásico

## Tipos de acoplamientos

0 (0°)	Dd0		6 (180°)	Dd6	
	Yy0			Yy6	
	Dz0			Dz6	

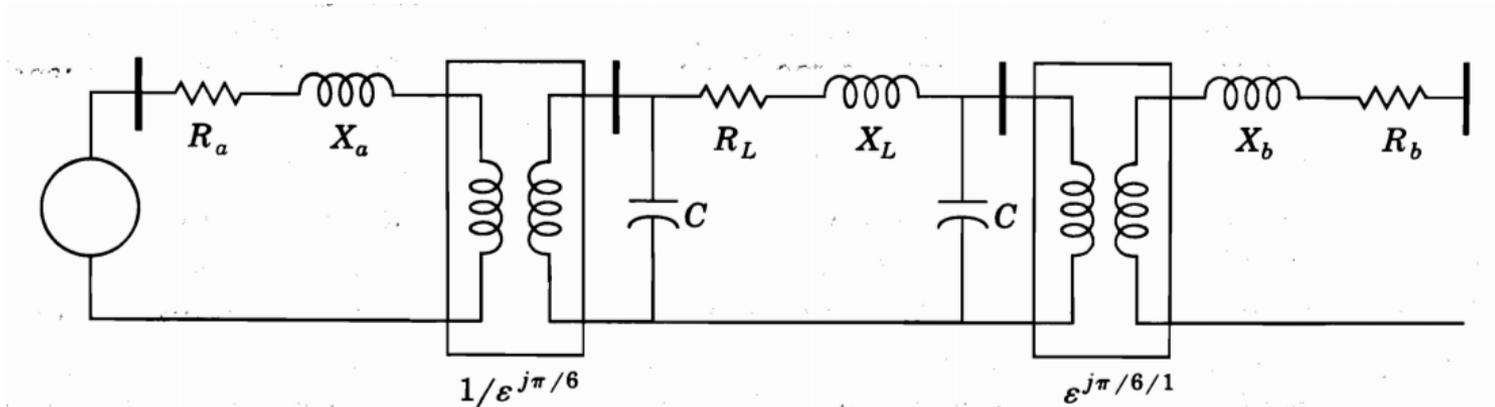
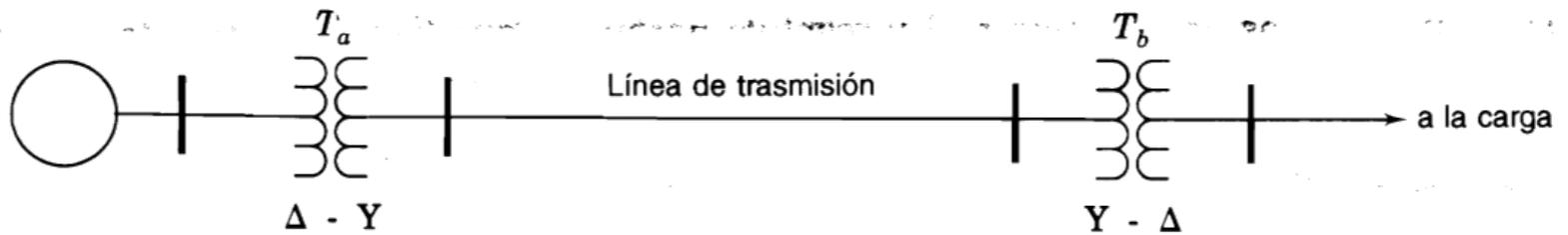
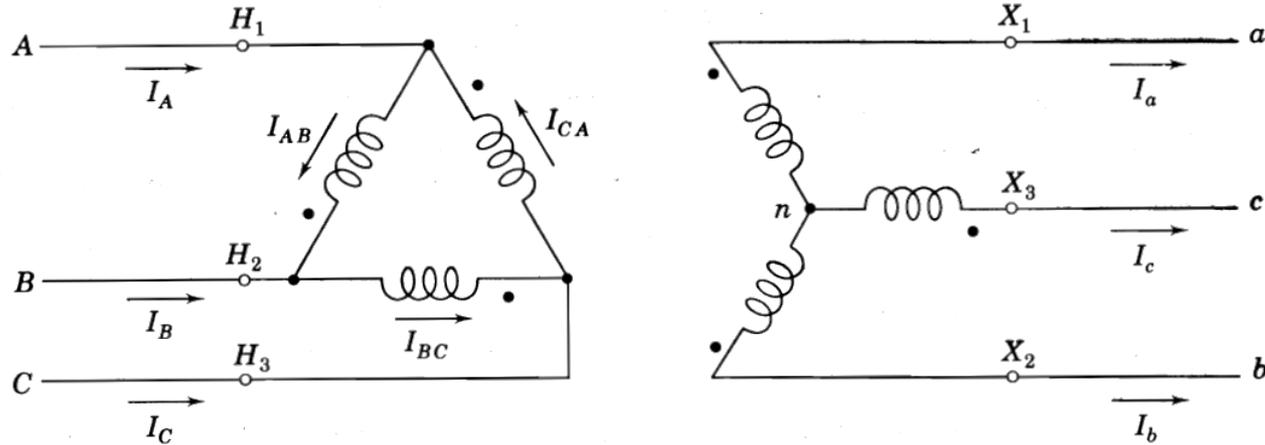
# Transformador trifásico

## Tipos de acoplamientos

5 (150°)	Dy5		11 (330°)	Dy11	
	Yd5			Yd11	
	Yz5			Yz11	

# Transformador trifásico

Modelado:



# Transformador trifásico

## Problema propuesto:

Se tiene un transformador trifásico de 250 kVA, conexión Yy0, con una relación de tensiones compuestas de 15.000/380 V. De los datos del fabricante se conocen los siguientes parámetros:  $\varepsilon_{cc} = 10\%$ ,  $\varepsilon_{X_{cc}} = 8\%$ , y se considera despreciable el efecto de la rama paralelo del circuito equivalente del transformador. a) Calcular: parámetros  $R_{cc}$  y  $X_{cc}$  del circuito equivalente por fase del transformador reducido al primario y corriente que circularía por el secundario si por una falta se produce un cortocircuito franco en los bornes del secundario. (Se supone para resolver esta última cuestión que la tensión de alimentación del primario es la asignada de 15.000 V). b) Si la tensión compuesta de línea en el secundario es de 380 V y se conecta al transformador una carga en estrella de  $15 \angle 60^\circ$  ohmios por fase, ¿cuál será la tensión compuesta que debe aplicarse al primario para que la tensión secundaria siga permaneciendo constante en 380 V de línea. ¿Cuál será el rendimiento del transformador en estas condiciones? c) Si se conecta este transformador en paralelo con otro de 350 kVA, conexión Yy0, con la misma relación de tensiones y de valores  $\varepsilon_{cc} = 10\%$  y  $\varepsilon_{X_{cc}} = 9\%$ , ¿cómo se repartirán una potencia de 400 kW con f.d.p. 0,8 inductivo? (es decir, calcular las potencias activas y aparentes suministradas por cada transformador).

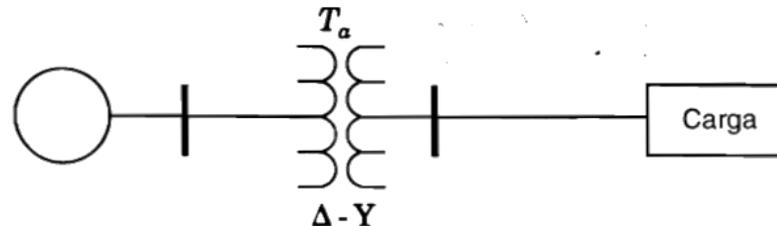
[Resp.: a)  $R_{cc} = 54 \Omega$ ,  $X_{cc} = 72 \Omega$ ,  $I_{2cc} = 3.798 \text{ A}$ ; b) 15.052 V, 99,54%; c)  $S_I = 209,15 \text{ kVA}$ ,  $P_I = 180,3 \text{ kW}$ ,  $Q_I = 106,00 \text{ kVAR}$ ,  $S_{II} = 292,8 \text{ kVA}$ ,  $P_{II} = 219,5 \text{ kW}$ ,  $Q_{II} = 194 \text{ kVAR}$ .]

# Transformador trifásico

## Problemas

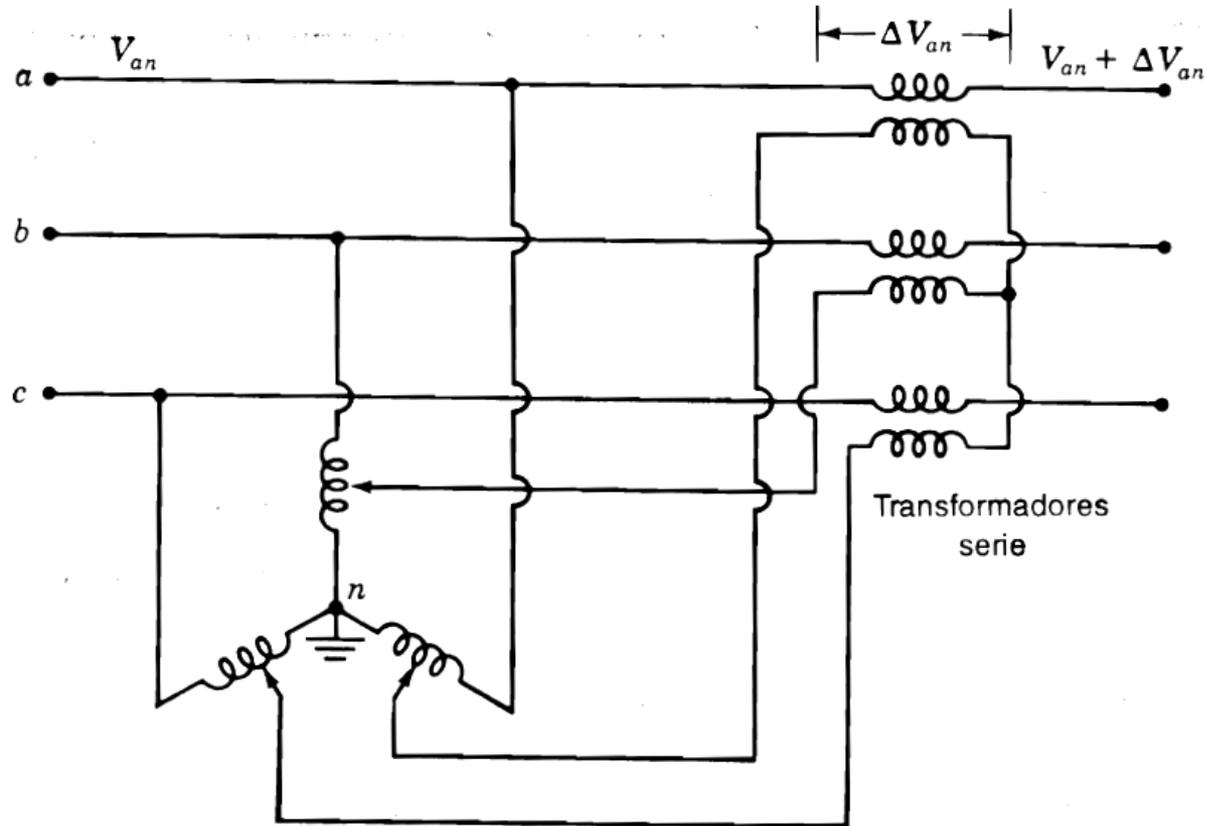
**Ejemplo 2.7.** Tres transformadores, cada uno con valores nominales de 25 MVA, 38.1/3.81 kV, están conectados en Y- $\Delta$  con una carga balanceada que consiste en tres resistencias de  $0.6 \Omega$  conectadas en Y. Seleccione una base de 75 MVA y 66 kV para el lado de alto voltaje del transformador y especifique la base para el lado de bajo voltaje. Determine la resistencia en por unidad de la carga sobre la base del lado de bajo voltaje. Después de esto, determine la resistencia de la carga  $R_L$  en ohms referida al lado de alto voltaje, así como el valor en por unidad de esta resistencia en la base seleccionada.

**Ejemplo 2.9.** En la figura 2.17 se muestra un generador trifásico, con valores nominales de 300 MVA y 23 kV, que alimenta un sistema con una carga de 240 MVA y factor de potencia 0.9 en atraso a 230 kV a través de un transformador elevador de tensión de 330 MVA, 23 $\Delta$ /230Y kV con reactancia de dispersión del 11%. Encuentre  $I_A$ ,  $I_B$  e  $I_C$ , que se suministran a la carga en por unidad, y tome  $V_A$  como referencia, sin considerar la corriente de magnetización y seleccione como valores base en el lado de la carga a 100 MVA y 230 kV. Determine  $I_a$ ,  $I_b$  e  $I_c$  desde el generador y su voltaje en terminales, y especifique la base apropiada para el circuito del generador.



# Transformador trifásico

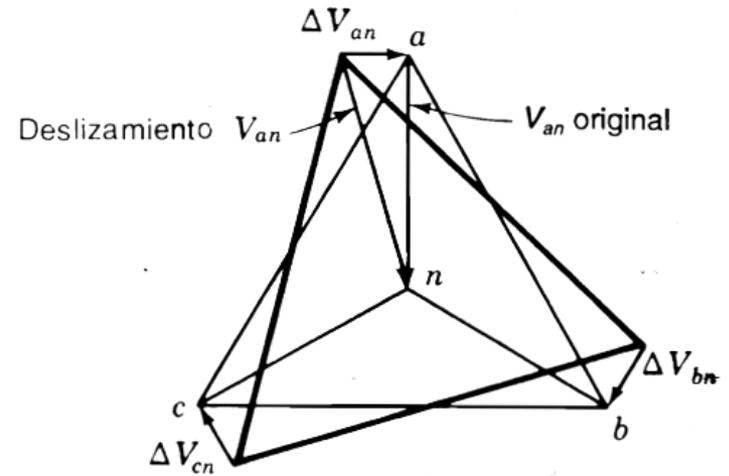
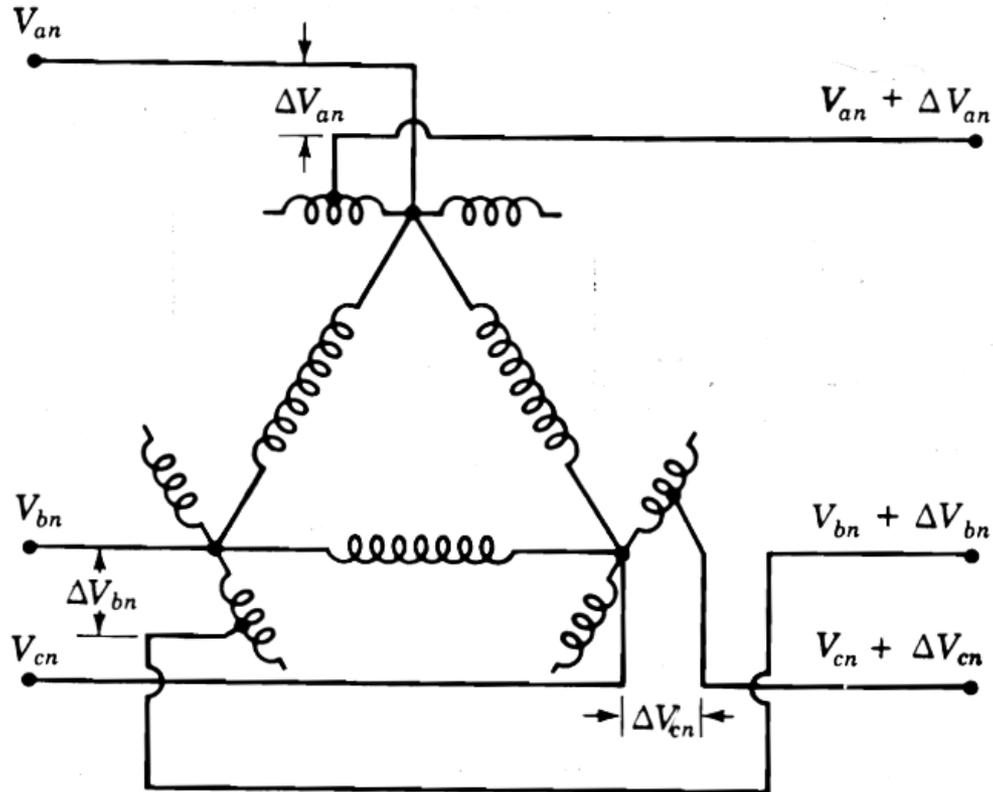
## Transformadores de cambio de derivación



Transformadores cambiadores de derivación bajo carga (TCBC)

# Transformador trifásico

## Transformadores desfasadores

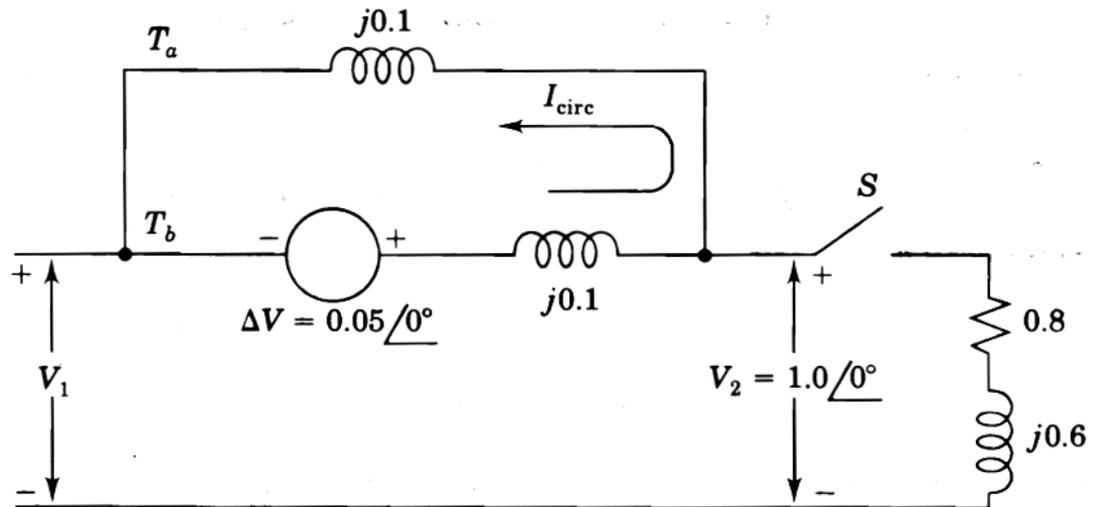
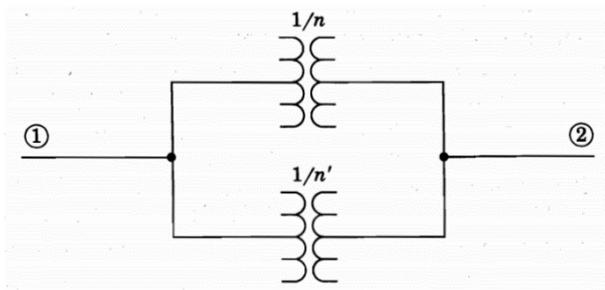


# Transformador trifásico

## Aplicaciones de los transformadores de derivación

**Ejemplo 2.13.** Dos transformadores están conectados en paralelo y alimentan una impedancia al neutro por fase de  $0.8 + j0.6$  por unidad a un voltaje  $V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$  por unidad. El transformador  $T_a$  tiene una relación de voltajes igual a la de los voltajes base en los dos lados del transformador. Este transformador tiene una impedancia de  $j0.1$  por unidad sobre la base apropiada. El segundo transformador  $T_b$  también tiene una impedancia de  $j0.1$  por unidad sobre la misma base, pero tiene una elevación hacia el lado de la carga de 1.05 veces la de  $T_a$  (devanados del secundario en la derivación de 1.05).

En la figura 2.25 se muestra el circuito equivalente con el transformador  $T_b$  representado por su impedancia y por la inserción de un voltaje  $\Delta V$ . Encuentre la potencia compleja transmitida a la carga por cada transformador.



# Transformador trifásico

## Aplicaciones de los transformadores regulantes

**Ejemplo 2.14.** Repita el ejemplo 2.13 con la excepción de que  $T_b$  incluya un transformador que tiene la misma relación de espiras que  $T_a$  y un transformador regulante con un defasamiento de  $3^\circ$  ( $t = \varepsilon^{j\pi/60} = 1.0 \angle 3^\circ$ ). La impedancia de las dos componentes de  $T_b$  es  $j0.1$  por unidad sobre la base de  $T_a$ .

$$t - 1 = 1.0 \angle 3^\circ - 1.0 \angle 0^\circ = (2 \operatorname{sen} 1.5^\circ) \angle 91.5^\circ = 0.0524 \angle 91.5^\circ$$

$$I_{\text{circ}} = \frac{0.0524 \angle 91.5^\circ}{0.2 \angle 90^\circ} = 0.262 + j0.0069 \text{ por unidad}$$

$$I_{T_a} = 0.4 - j0.3 - (0.262 + j0.007) = 0.138 - j0.307 \text{ por unidad}$$

$$I_{T_b} = 0.4 - j0.3 + (0.262 + j0.007) = 0.662 - j0.293 \text{ por unidad}$$

Así que,

$$S_{T_a} = 0.138 + j0.307 \text{ por unidad}$$

$$S_{T_b} = 0.662 + j0.293 \text{ por unidad}$$

# Modelado de líneas eléctricas

## Líneas Eléctricas aéreas

### Inductancia de líneas eléctricas trifásicas transpuestas

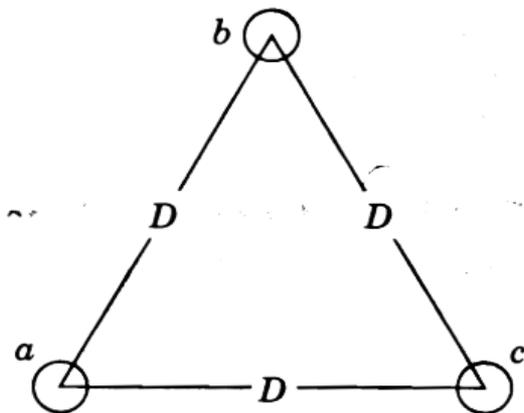
$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{\text{eq}}}{D_s} \text{ H/m por fase}$$

$$D_{\text{eq}} = \sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}}$$

$D_s$  = radio medio geométrico

$$X_L = 0.0754 \times \ln \frac{D_{\text{eq}}}{D_s} \Omega/\text{km por fase}$$

$$X_L = 0.1213 \times \ln \frac{D_{\text{eq}}}{D_s} \Omega/\text{milla por fase}$$



$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{D_s} \text{ H/m}$$

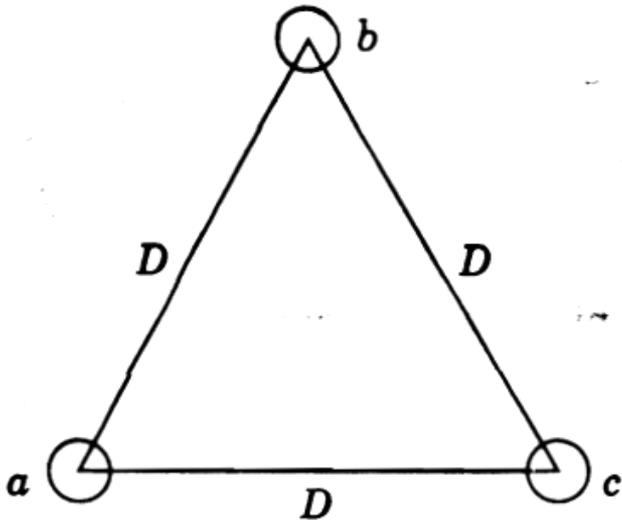
# Modelado de líneas eléctricas

## Capacitancia de líneas eléctricas

Entre dos conductores:

$$C_n = C_{an} = C_{bn} = \frac{q_a}{V_{ab}/2} = \frac{2\pi k}{\ln(D/r)} \text{ F/m al neutro}$$

Para una línea trifásica con espaciamiento equilátero



$$C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi k}{\ln(D/r)} \text{ F/m al neutro}$$

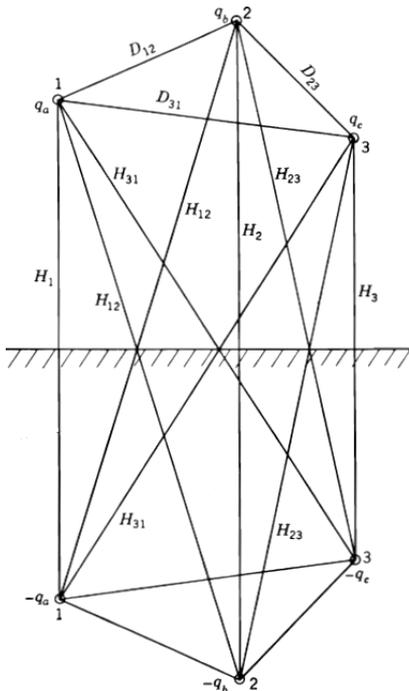
# Modelado de líneas eléctricas

Entre conductores de una línea trifásica asimétrica:

$$C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi k}{\ln(D_{eq}/r)} \text{ F/m al neutro}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$$

Efecto del suelo sobre la capacitancia de líneas trifásicas:



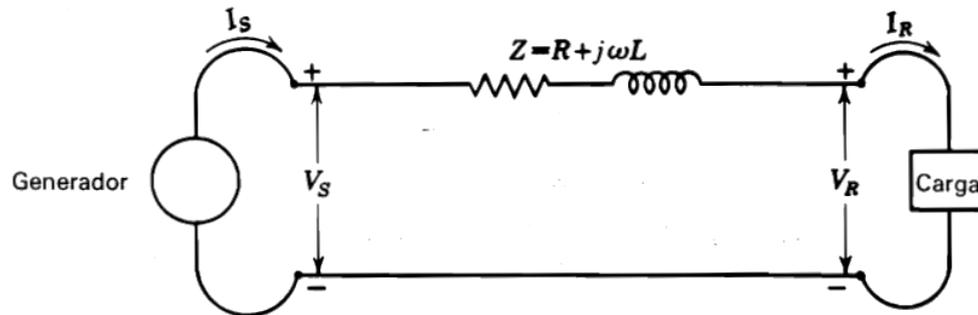
$$C_n = \frac{2\pi k}{\ln\left(\frac{D_{eq}}{r}\right) - \ln\left(\frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}}\right)} \text{ F/m al neutro}$$

El efecto es incrementar la capacitancia de la línea.

# Modelado de líneas eléctricas

## Modelos de Líneas Eléctricas

**Líneas cortas:** Son las que transmiten energía eléctrica a tensiones menores a 44 kV con longitudes hasta de 50 km y cuya capacitancia puede despreciarse.



$$I_S = I_R$$

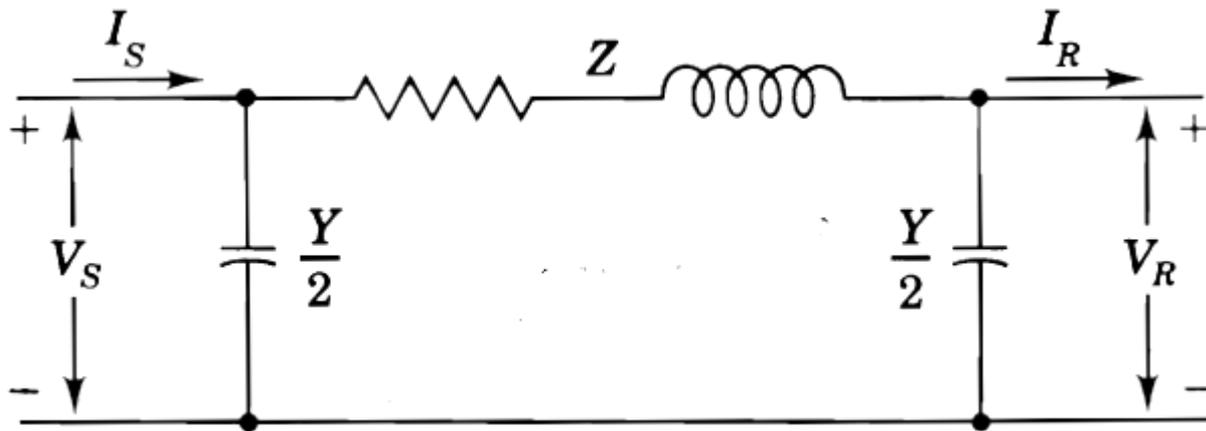
$$V_S = V_R + I_R Z$$

$$\text{Por ciento de regulación} = \frac{|V_{R,NL}| - |V_{R,FL}|}{|V_{R,FL}|} \times 100$$

# Modelado de líneas eléctricas

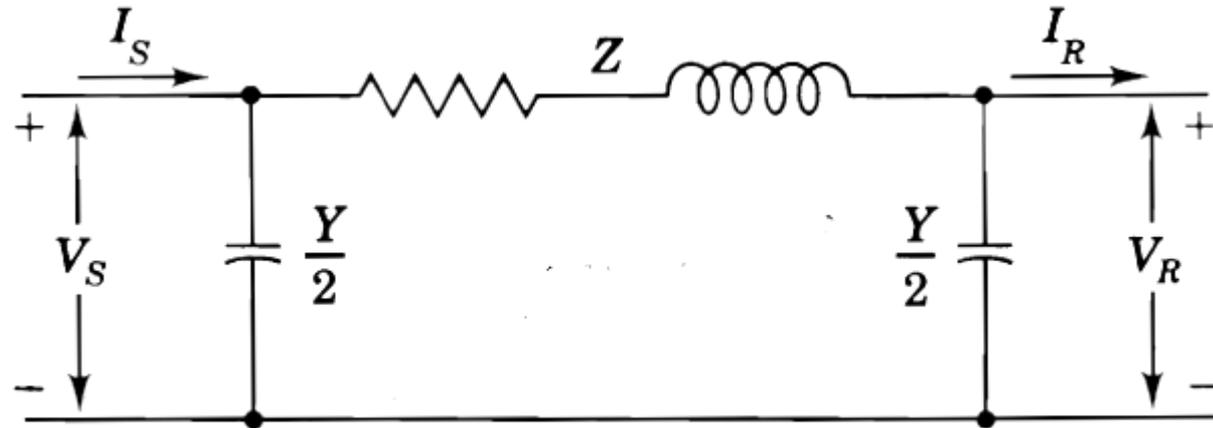
**Líneas medianas:** Son las que transmiten energía eléctrica a tensiones de transmisión y subtransmisión con longitudes hasta de 240 km, cuya capacitancia no es despreciable pero que no requiere de cálculos muy rigurosos. En este caso debe usarse el circuito equivalente T o  $\pi$  que incluyen la admitancia en derivación (shunt) generalmente capacitancia pura.

Circuito equivalente  $\pi$  nominal



# Modelado de líneas eléctricas

Líneas medias



$$V_S = AV_R + BI_R$$

$$I_S = CV_R + DI_R$$

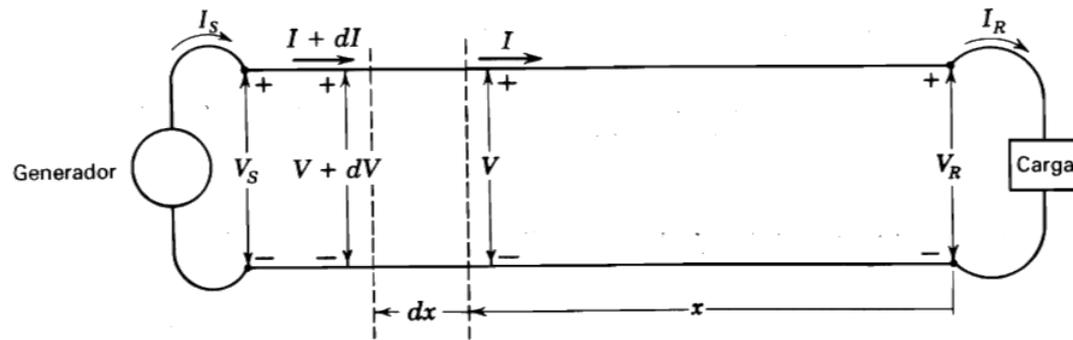
$$A = D = \frac{ZY}{2} + 1$$

$$B = Z \quad C = Y \left( 1 + \frac{ZY}{4} \right)$$

$$\text{Por ciento de regulación} = \frac{|V_S| / |A| - |V_{R,FL}|}{|V_{R,FL}|} \times 100$$

# Modelado de líneas eléctricas

**Líneas largas:** Son las que transmiten energía eléctrica a tensiones de transmisión con longitudes mayores a 240 km y en las cuales el efecto de la capacitancia es de tal magnitud que requiere cálculos más rigurosos.



$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$$Z_c = \sqrt{z / y}$$

$$\gamma = \sqrt{yz}$$

$$V_S = V_R \cosh \gamma l + I_R Z_c \sinh \gamma l$$

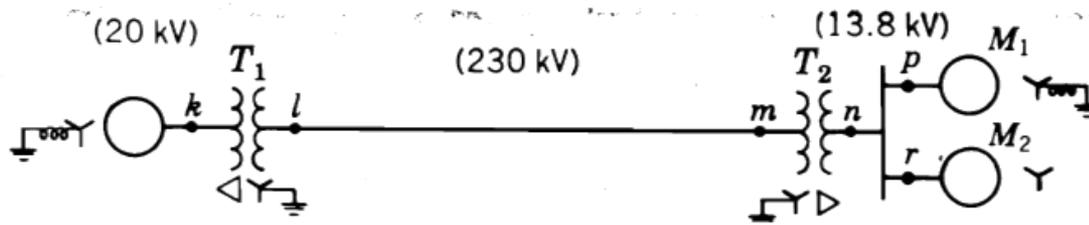
$$V_R = V_S \cosh \gamma l - I_S Z_c \sinh \gamma l$$

$$I_S = I_R \cosh \gamma l + \frac{V_R}{Z_c} \sinh \gamma l$$

$$I_R = I_S \cosh \gamma l - \frac{V_S}{Z_c} \sinh \gamma l$$

# Modelado de líneas eléctricas

**Ejemplo 6.1.** Un generador trifásico de 300 MVA, 20 kV tiene una reactancia subtransitoria de 20%. El generador alimenta cierto número de motores sincrónicos a través de una línea de transmisión de 64 km que tiene transformadores en ambos extremos, como se muestra en el diagrama unifilar de la figura 6.5. Los motores, todos de 13.2 kV, se representan sólo por dos motores equivalentes. El neutro del motor  $M_1$  se aterriza a través de una reactancia. El neutro del segundo motor  $M_2$  no está conectado a tierra (una condición inusual). Las entradas nominales de los motores son 200 MVA y 100 kVA para  $M_1$  y  $M_2$ , respectivamente. Para ambos motores  $X_d'' = 20\%$ . El transformador trifásico  $T_1$  tiene los valores nominales 350 MVA, 230/20 kV con reactancia de dispersión de 10%. El transformador  $T_2$  está compuesto de tres transformadores monofásicos, cada uno de 127/13.2 kV, 100 MVA con reactancia de dispersión de 10%. La reactancia serie de la línea de transmisión es de  $0.5 \Omega/\text{km}$ . Dibuje el diagrama de reactancias, con todas las reactancias señaladas en por unidad. Seleccione los valores nominales del generador como base en el circuito del generador.



# Modelado de líneas eléctricas

El valor nominal trifásico del transformador  $T_2$  es  $3 \times 100 = 300$  kVA

relación de voltajes línea a línea es  $\sqrt{3} \times \frac{127}{13.2} = \frac{220}{13.2}$  kV

Una base de 300 MVA y 20 kV en el circuito del generador requiere una base de 300 MVA en todas las partes del sistema, así como los siguientes voltajes base:

En la línea de transmisión: 230 kV      En el circuito del motor:  $230 \frac{13.2}{220} = 13.8$  kV

Transformador  $T_1$ :  $X = 0.1 \times \frac{300}{350} = 0.0857$  por unidad

Transformador  $T_2$ :  $X = 0.1 \left( \frac{13.2}{13.8} \right)^2 = 0.0915$  por unidad

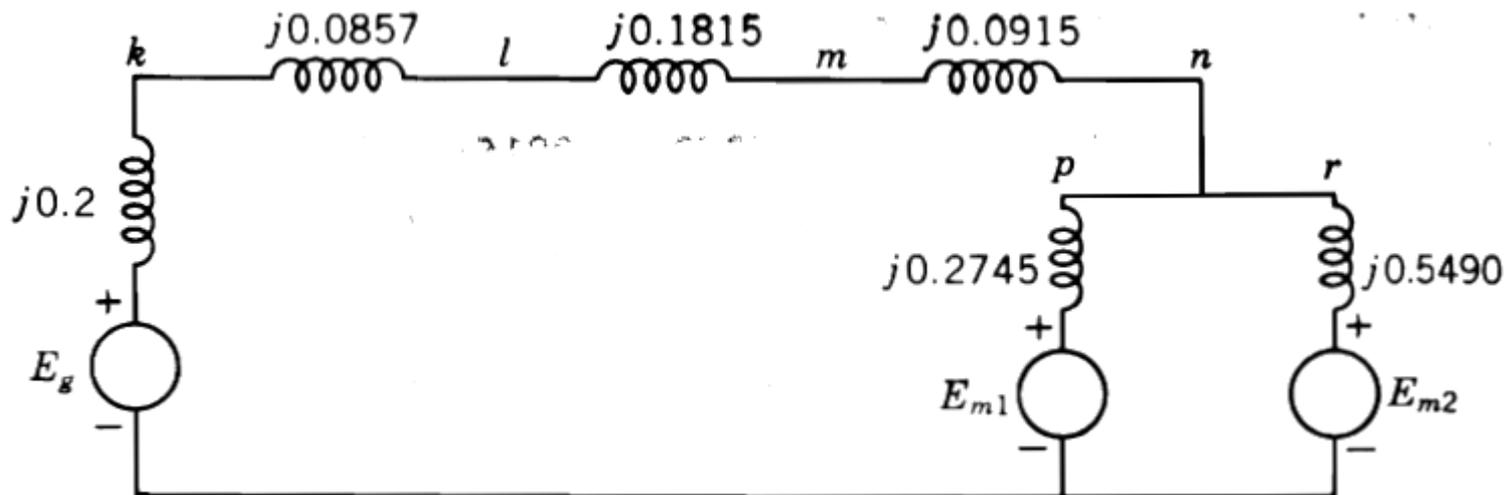
# Modelado de líneas eléctricas

La impedancia base de la línea de transmisión es

$$\frac{(230)^2}{300} = 176.3\Omega \quad \frac{0.5 \times 64}{176.3} = 0.1815 \text{ por unidad}$$

$$\text{Reactancia } X_d^* \text{ del motor } M_1 = 0.2 \left( \frac{300}{200} \right) \left( \frac{13.2}{13.8} \right)^2 = 0.2745 \text{ por unidad}$$

$$\text{Reactancia } X_d^* \text{ del motor } M_2 = 0.2 \left( \frac{300}{100} \right) \left( \frac{13.2}{13.8} \right)^2 = 0.5490 \text{ por unidad}$$



# Modelado de líneas eléctricas

**Ejemplo 6.2.** Si los motores  $M_1$  y  $M_2$  del ejemplo 6.1 tienen entradas de 120 y 60 MW, respectivamente, a 13.2 kV y ambos operan a factor de potencia unitario, encuentre el voltaje en las terminales del generador y la regulación de voltaje de la línea.

$$\frac{180}{300} = 0.6 \text{ por unidad}$$

Con la fase  $a$  del voltaje en las terminales del motor tomada como referencia, se tiene

$$V = \frac{13.2}{13.8} = 0.9565 \angle 0^\circ \text{ por unidad}$$

$$I = \frac{0.6}{0.9565} = 0.6273 \angle 0^\circ \text{ por unidad}$$

$$\text{A } m: \quad V = 0.9565 + 0.6273 (j0.0915)$$

$$0.9565 + j0.0574 = 0.9582 \angle 3.434^\circ \text{ por unidad}$$

$$\text{A } l: \quad V = 0.9565 + 0.6273 (j0.0915 + j0.1815)$$

$$0.9565 + j0.1713 = 0.9717 \angle 10.154^\circ \text{ por unidad}$$

$$\text{A } k: \quad V = 0.9565 + 0.6273 (j0.0915 + j0.1815 + j0.0857)$$

$$0.9565 + j0.2250 = 0.9826 \angle 13.237^\circ \text{ por unidad}$$

# Modelado de líneas eléctricas

La regulación de voltaje de la línea es

$$\text{Por ciento de regulación} = \frac{0.9826 - 0.9582}{0.9582} \times 100 = 2.55\%$$

y la magnitud del voltaje en las terminales del generador es

$$0.9826 \times 20 = 19.652 \text{ kV}$$

## Flujo de potencia de líneas de transmisión

$$V_S = AV_R + BI_R$$

$$I_R = \frac{V_S - AV_R}{B}$$

$$A = |A| \angle \alpha \quad B = |B| \angle \beta$$

$$V_R = |V_R| \angle 0^\circ \quad V_S = |V_S| \angle \delta$$

$$P_R = \frac{|V_S||V_R|}{|B|} \cos(\beta - \delta) - \frac{|A||V_R|^2}{|B|} \cos(\beta - \alpha)$$

$$Q_R = \frac{|V_S||V_R|}{|B|} \text{sen}(\beta - \delta) - \frac{|A||V_R|^2}{|B|} \text{sen}(\beta - \alpha)$$

# Modelado de líneas eléctricas

## CLASIFICACIÓN DE LAS LÍNEAS CORTAS SEGÚN SUS CARACTERÍSTICAS ELÉCTRICAS Y MAGNÉTICAS

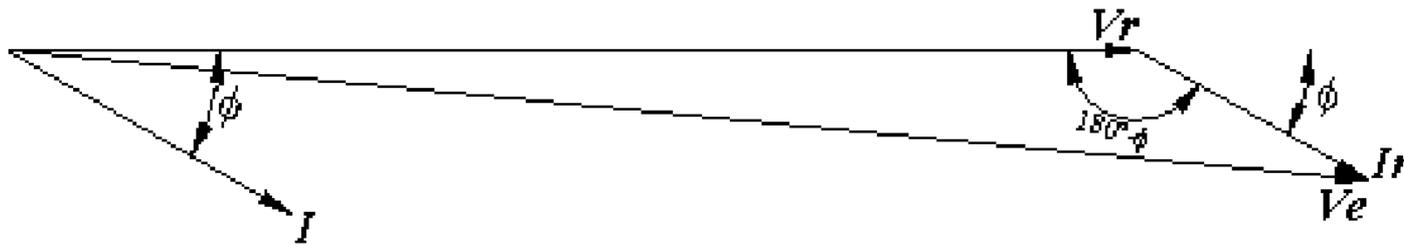
**Línea no inductiva con carga no inductiva:** Donde los efectos del campo magnético pueden despreciarse. Generalmente en estas líneas puede despreciarse el efecto de la capacidad. Constituye ésta línea la representación típica de las redes de corriente continua y los ramales entubados de corriente alterna que alimentan cargas resistivas.

$$\Delta V = IR = V_e - V_r$$



# Modelado de líneas eléctricas

**Línea no inductiva con carga inductiva:** Con carga inductiva, el vector de la corriente está retrasado respecto al vector de la tensión en un ángulo de desfase  $\Phi$  y el factor de potencia será menor que la unidad.



$$V_e = IR + V_r$$

$$V_e^2 = V_r^2 + (IR)^2 - 2V_r IR \cos(180 - \phi)$$

# Modelado de líneas eléctricas

**Línea inductiva con carga no inductiva:** Es el caso más típico de una línea de corriente alterna alimentando cargas resistivas (Calefacción y alumbrado únicamente) con factor de potencia 1, pero donde por ningún motivo se desprecian los efectos inductivos de la línea.



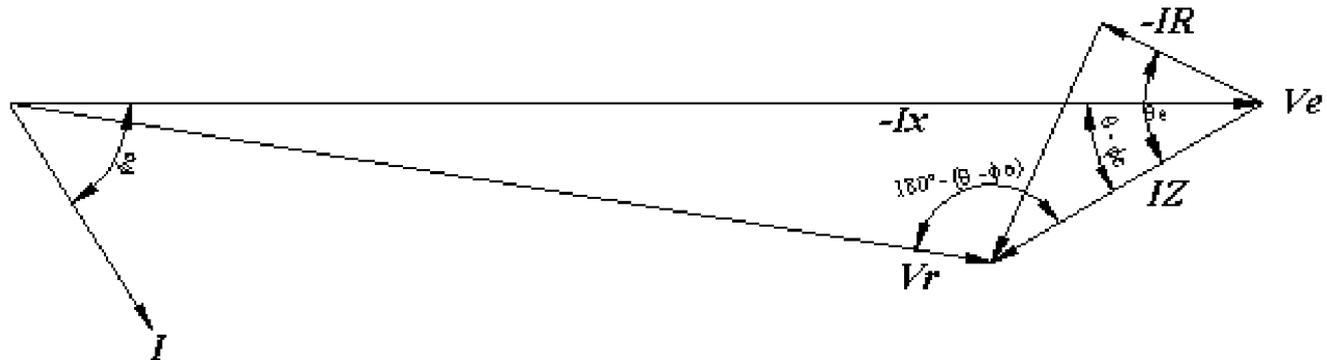
$$V_e^2 = V_r^2 + (IZ)^2 - 2V_r IZ \cos(180 - \Theta)$$

$$\Theta = \arccot \frac{X}{R}$$

# Modelado de líneas eléctricas

**Línea inductiva con carga inductiva:** Corresponde al caso más general de las líneas de corriente alterna donde las cargas inductivas se presentan mucho más a menudo que las cargas capacitivas. Pueden presentarse dos casos:

1. Condiciones de recepción conocidas: Donde se conocen las condiciones del punto de entrega de la energía (La tensión y el factor de potencia).



$$V_e^2 = V_r^2 + (IZ)^2 - 2V_r IZ \cos[180 - (\Theta - \phi_r)]$$

$$\Theta = \operatorname{arccot} \frac{X}{R} \text{ y } \phi_r = \operatorname{arccos}(\text{Factor de potencia})$$

# Modelado de líneas eléctricas

---

Condiciones de envío conocidas: En este caso sólo se conocen las condiciones del extremo emisor por lo tanto se toma el voltaje en el emisor  $V_e$ . Este es el caso típico que representa las líneas de subtransmisión y distribución que alimentan varias cargas durante su recorrido, siendo el voltaje en cada una de las cargas diferente pues depende de su ubicación en el sistema o línea.

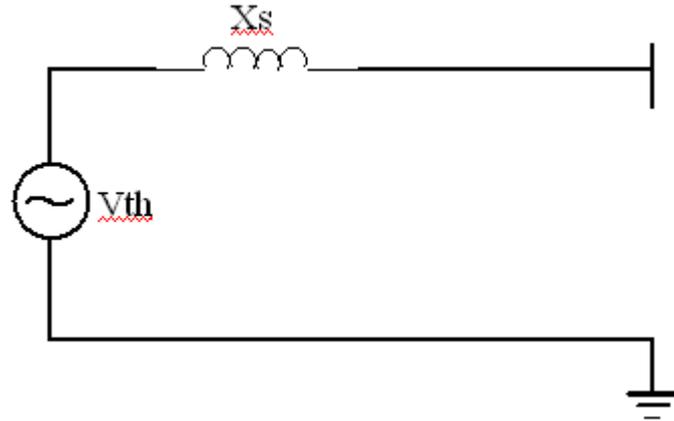
Esta situación se presenta con mucha frecuencia en la mayoría de las redes de distribución, por lo que se inicia el análisis correspondiente tomando como base esta condición.

$$V_r^2 = V_e^2 + (IZ)^2 - 2V_e IZ \cos(\phi - \phi_e)$$

# Modelado de líneas eléctricas

## Modelamiento de sistemas y del barraje infinito

- Potencia de cortocircuito
- Corriente de cortocircuito
- Estimación de parámetros
- Relación  $X/R$



# Bibliografía

---

- Análisis de circuitos en ingeniería. William H. Hayt, Jack E. Kemmerly and Steven M. Durbin. 7 edición, editorial McGrawHill.
- Máquinas Eléctricas. Jesús Fraile Mora. 5 edición, editorial McGrawHill, 2003.
- Redes de Distribución de Energía. Samuel Ramírez Castaño. Tercera Edición, UNAL.
- Análisis de Sistemas de Potencia. Jhon Grainger y William Stevenson. McGrawHill.
- Grupo de conexión de transformadores trifásicos. Angel Ramos Gómez. Universidad Carlos III de Madrid. Departamento de Ingeniería Eléctrica.