

1. INTRODUCCIÓN

En esta práctica se utilizará ANSYS para analizar el comportamiento a fatiga de un componente sometido a cargas de fatiga.

Se analizará un eje sometido a esfuerzos de flexión, axiales y de torsión, considerándose la existencia de cargas medias y alternantes en todos los esfuerzos. Se supondrá que los esfuerzos alternantes están en fase.

2. PROBLEMA A ANALIZAR

Se desea analizar el cambio de sección del eje mostrado en la Fig. 1 y determinar su coeficiente de seguridad a fatiga.

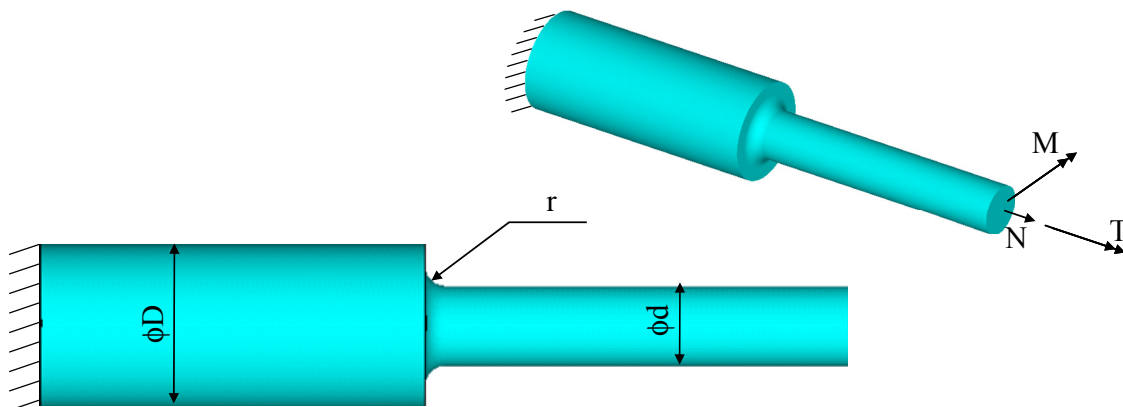


Fig. 1.- Geometría a analizar.

Datos:

Geometría:	$D = 4 \text{ cm}$	$d = 2 \text{ cm}$	$r = 0.5 \text{ cm}$
Flexión rotativa:	$M_m = 100 \text{ N}\cdot\text{m}$	$M_a = 50 \text{ N}\cdot\text{m}$	
Axial:	$N_m = 500 \text{ N}$	$N_a = 1000 \text{ N}$	
Torsor:	$T_m = 100 \text{ N}\cdot\text{m}$	$T_a = 40 \text{ N}\cdot\text{m}$	
Material:	$S_u = 800 \text{ MPa}$	$S_y = 400 \text{ MPa}$	$S'_e = 450 \text{ MPa}$
	Acero mecanizado		
Confiabilidad:	99%		

3. PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

El procedimiento de cálculo a fatiga se basa en la utilización del criterio de tensiones estáticas equivalentes¹, que resulta más conservador que el criterio de tensiones alternantes equivalentes. Considérese que la influencia de la tensión media está definida mediante el criterio de Soderberg (más conservador que el criterio de Goodman). La tensión estática equivalente σ_{eq} , ver Fig. 2, que tiene el mismo coeficiente de seguridad contra el fallo que la combinación de una tensión media, σ_m , y una alternante, σ_a , es

$$\sigma_{eq} = \sigma_m + \frac{S_y}{S_N} \sigma_a \quad \text{o} \quad \tau_{eq} = \tau_m + \frac{S_{sy}}{S_{sN}} \tau_a \quad (1)$$

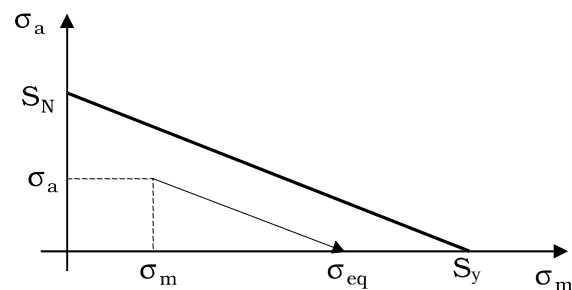


Fig. 2.- Tensión estática equivalente.

La tensión estática equivalente se define para una vida determinada, que en el caso que nos ocupa corresponderá a vida infinita, por lo que $S_N = S_e$. Para comprobar si se produce el fallo por fatiga para esta vida, simplemente hay que comparar la tensión estática equivalente con el límite estático asociado al criterio con el que se ha definido. Es decir, en este caso (para un estado uniaxial), por haber considerado el criterio de Soderberg, hay que compararla con el límite de fluencia, S_y .

En el caso multiaxial, se utilizaría un criterio de fallo estático bajo tensiones multiaxiales (ver por ejemplo la ecuación siguiente correspondiente al criterio de von Mises para un estado bidimensional de tensiones con σ y τ) para combinar las tensiones estáticas equivalentes entre sí y poder, comparar la tensión uniaxial equivalente así obtenida con el límite de fluencia.

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \frac{S_y}{X} \quad (2)$$

Por ejemplo, considerando la existencia de tensiones medias y alternantes debidas a momentos flectores, torsores y esfuerzos axiales, utilizando la ecuación anterior, se tendrá:

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\left(\sigma_m^{Fl} + \frac{S_y}{S_e^{Fl}} \sigma_a^{Fl} + \sigma_m^{Ax} + \frac{S_y}{S_e^{Ax}} \sigma_a^{Ax} \right)^2 + 3 \left(\tau_m^T + \frac{S_{sy}}{S_{se}^T} \tau_a^T \right)^2} = \frac{S_y}{X} \quad (3)$$

¹ R. Avilés. *Análisis de Fatiga en Máquinas*. Thomson Editores Spain. Paraninfo. 2005

Existen multitud de factores que pueden modificar el límite de fatiga, y en general los más importantes pueden considerarse mediante factores de corrección. De esta forma, para estimar el límite de fatiga de un punto concreto de una pieza puede utilizarse la siguiente expresión:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e \frac{1}{k_f} S'_e \quad (4)$$

donde:

S_e = Límite de fatiga del punto del componente

S'_e = Límite de fatiga de la probeta

k_a = Factor de superficie

k_b = Factor de tamaño

k_c = Factor de tipo de carga (axial, flector, torsor, cortante,...)

k_d = Factor de temperatura

k_e = Otras influencias

k_f = Factor de reducción del límite de fatiga.

Los factores modificativos del límite de fatiga (factores k) pueden ser distintos para cada tipo de carga considerada (axiales, flectores, ...). A fin de aplicar un criterio conservador para todos los tipos de carga a considerar se puede tomar el valor del coeficiente k que en cada caso resulte más restrictivo, por lo que, finalmente, se tendrá un único valor S_e para todos los tipos de esfuerzos. Ver Anexo 1.

Así pues, para realizar la evaluación del comportamiento a fatiga mediante el criterio de tensiones estáticas equivalentes asociadas a todos los esfuerzos, se tendrá que las tensiones alternantes equivalentes se pre-multiplican por un único valor² S_y/S_e .

El análisis de fatiga puede, por tanto, plantearse como la combinación de dos casos de carga, que producen sendos estados tensionales σ_m y a σ_a determinados a partir de los esfuerzos que producen tensiones medias y de los que producen tensiones alternantes respectivamente, ponderándose las últimas por el cociente S_y/S_e . Una vez determinado el estado tensional asociado a la combinación de cargas es posible determinar las tensiones de von-Mises de cada punto y evaluar a partir de estas su comportamiento a fatiga.

Si el modelo de EF incluye la geometría exacta del concentrador de tensiones no es necesario incluir su efecto (k_f) en la evaluación de S_e , sobre todo para radios de acuerdo grandes.

² Obsérvese que en el caso de tensiones tangenciales, el valor de S_{sy}/S_{se} se evaluará, teniendo por ejemplo en cuenta el criterio de von-Mises como

$$\frac{S_{sy}}{S_{se}^T} = \frac{0.577 S_y}{k_a \cdot k_b \cdot 0.577 \cdot \dots \cdot S'_e} = \frac{S_y}{k_a \cdot k_b \cdot 1 \cdot \dots \cdot S'_e}$$

4. ANÁLISIS DE FATIGA CON ANSYS.

4.1 MODELO GEOMÉTRICO.

Para generar el modelo 3D

4.2 APLICACIÓN DE CARGAS.

Se restringirán todos los grados de libertad de extremo de mayor diámetro.

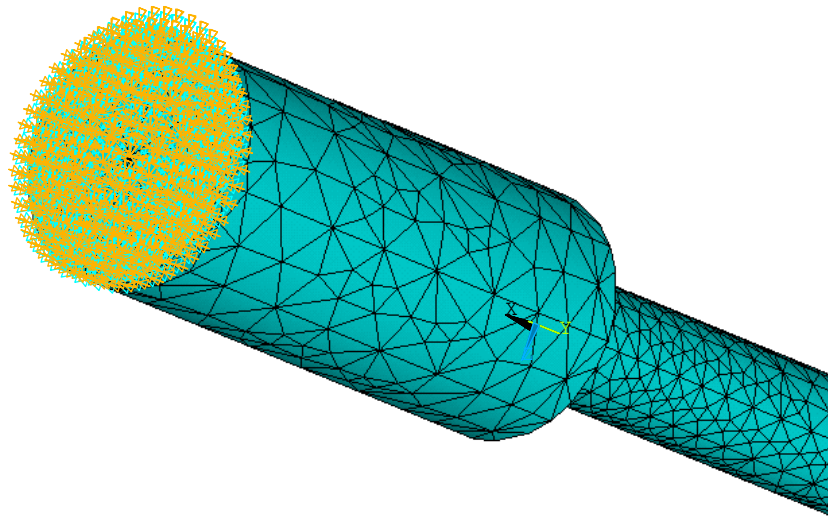


Fig. 3.- Restricciones de desplazamiento.

Para poder aplicar momentos en el extremo del eje es necesario añadir un elemento que incluya rotaciones entre sus grados de libertad. Para ello, tras incluir el tipo de elemento Structural Mass (ver Fig. 4 para definición del tipo de elemento y Fig. 5 para opciones del elemento) se añadirá una masa puntual sobre el keypoint situado en el centro de la sección, ver Fig. 6.

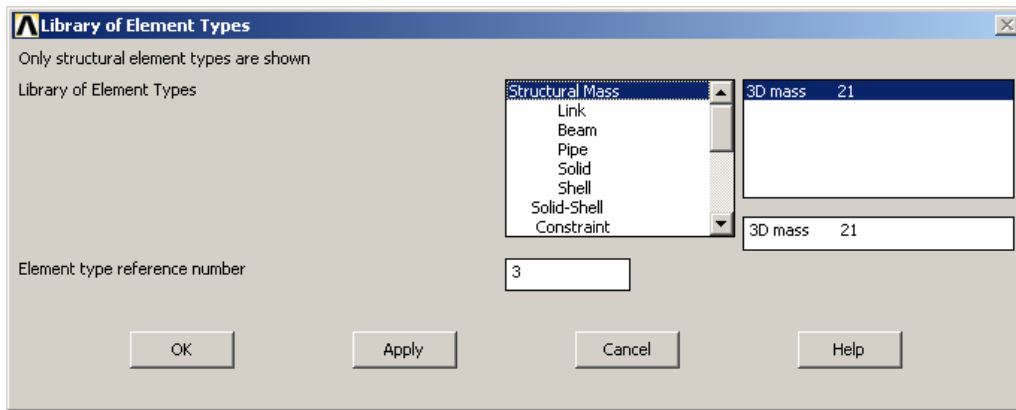


Fig. 4.- Elemento masa estructural.

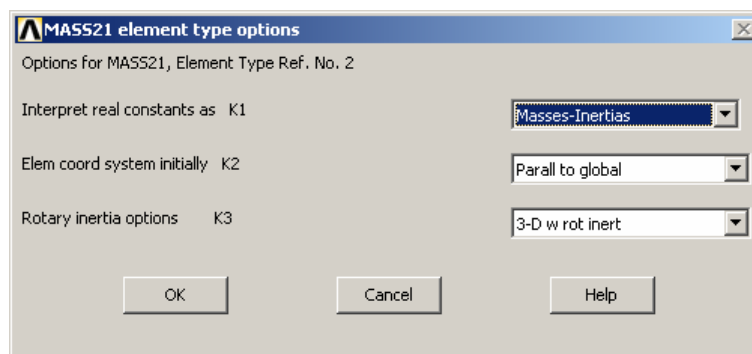


Fig. 5.- Restricciones de desplazamiento.

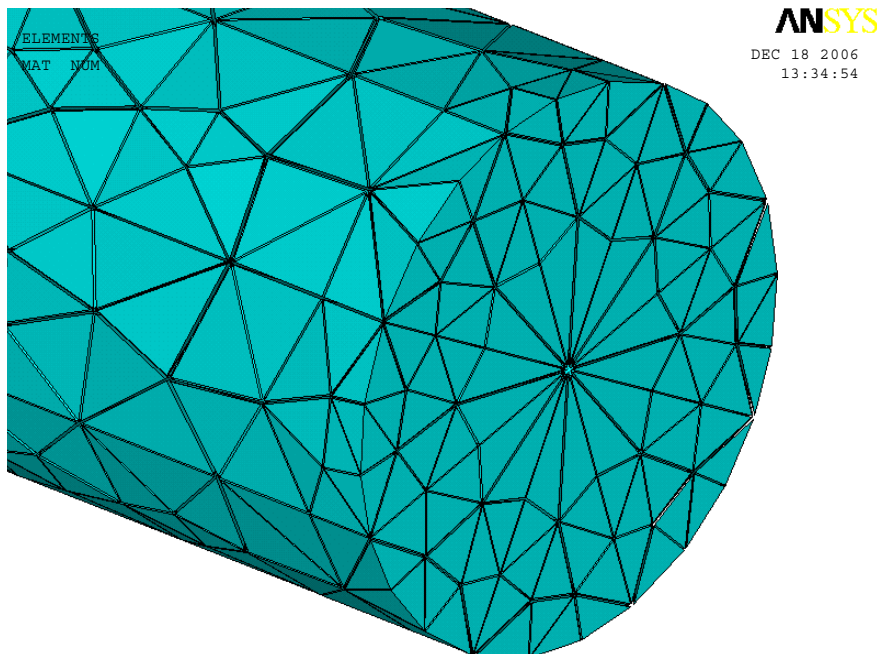


Fig. 6.- Elemento masa puntual sobre el centro de la sección.

No se deben aplicar las cargas actuantes sobre el eje en un solo punto. Para evitar puntos singulares es necesario aplicarlas sobre toda la sección. Para ello se definirá la sección del extremo del eje como una sección rígida, es decir, se hará que todos los

nodos de la sección se muevan como un sólido rígido. Para ello se definirán las ecuaciones de restricción necesarias utilizando la opción de menú **Rigid Region** (ver Fig. 7).

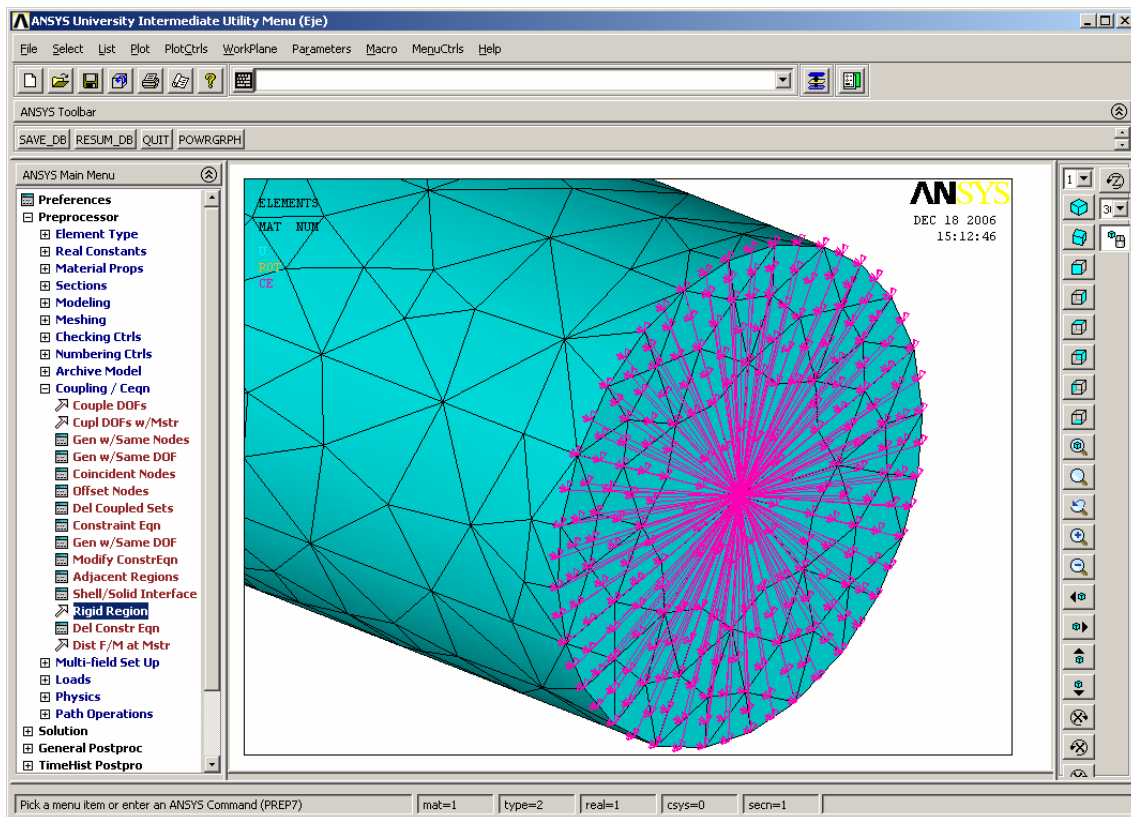


Fig. 7.- Selección de la opción de menú **Rigid Region** y representación de las ecuaciones de restricción.

Para definir una región rígida ha de definirse un nodo master (que será el situado en el centro de la sección) y nodos esclavos (resto de nodos de la sección), que se desplazarán en función del movimiento del nodo master.

Se tendrán que definir 2 casos de carga distintos, el primero asociado a los esfuerzos externos que producen tensiones medias y el segundo asociado a los que producen tensiones alternantes puras. Para ello se aplicarán las cargas correspondientes sobre el keypoint del centro de la sección (ver Fig. 8).

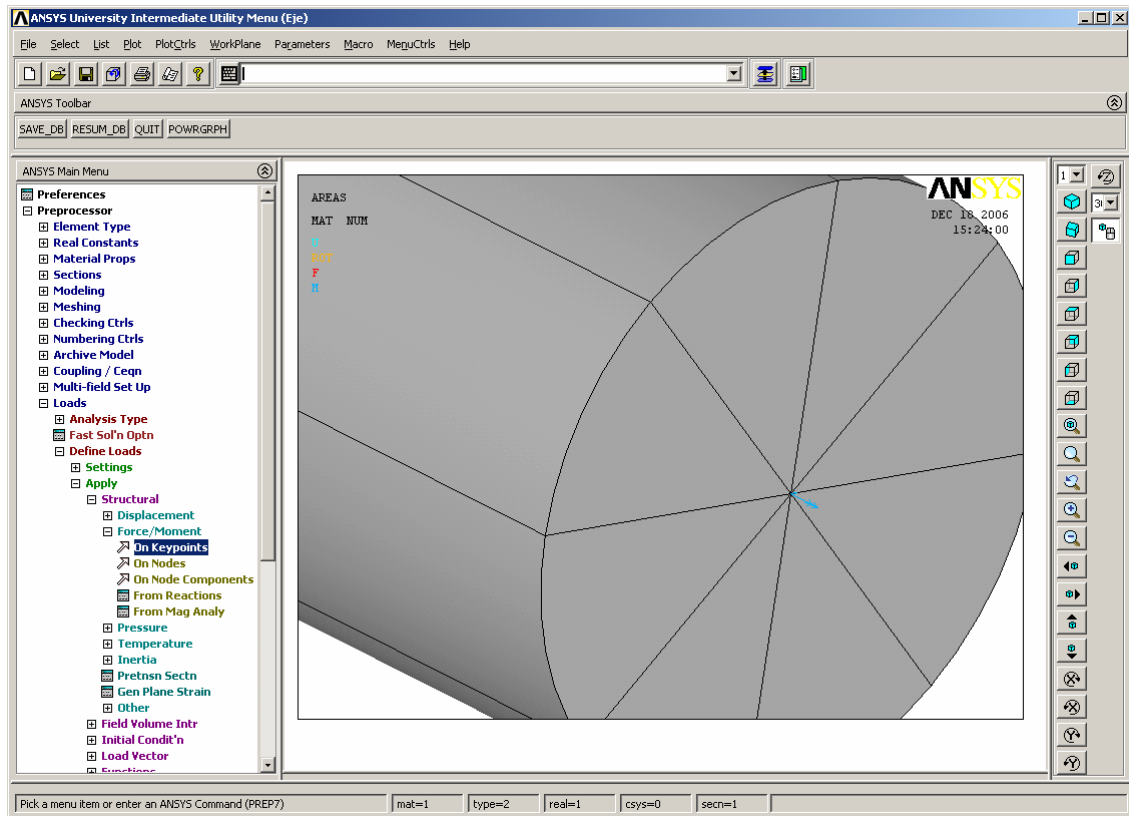


Fig. 8.- Cargas sobre keypoints.

4.3 CREACIÓN DE CASOS DE CARGA: *LS FILES*

Una vez aplicadas las cargas correspondientes a la primera combinación de esfuerzos almacenaremos esta información en disco mediante la opción de menú mostrada en la Fig. 9, y asignaremos un número arbitrario a esta información (ver Fig. 10). En nuestro caso asignaremos el número 1 a la combinación de cargas que producirían tensiones medias, y el número 2 a las que producirían tensiones alternantes. Se almacenarán en disco dos ficheros con extensiones .S01 y .S02, denominados por Ansys como *LS files*.

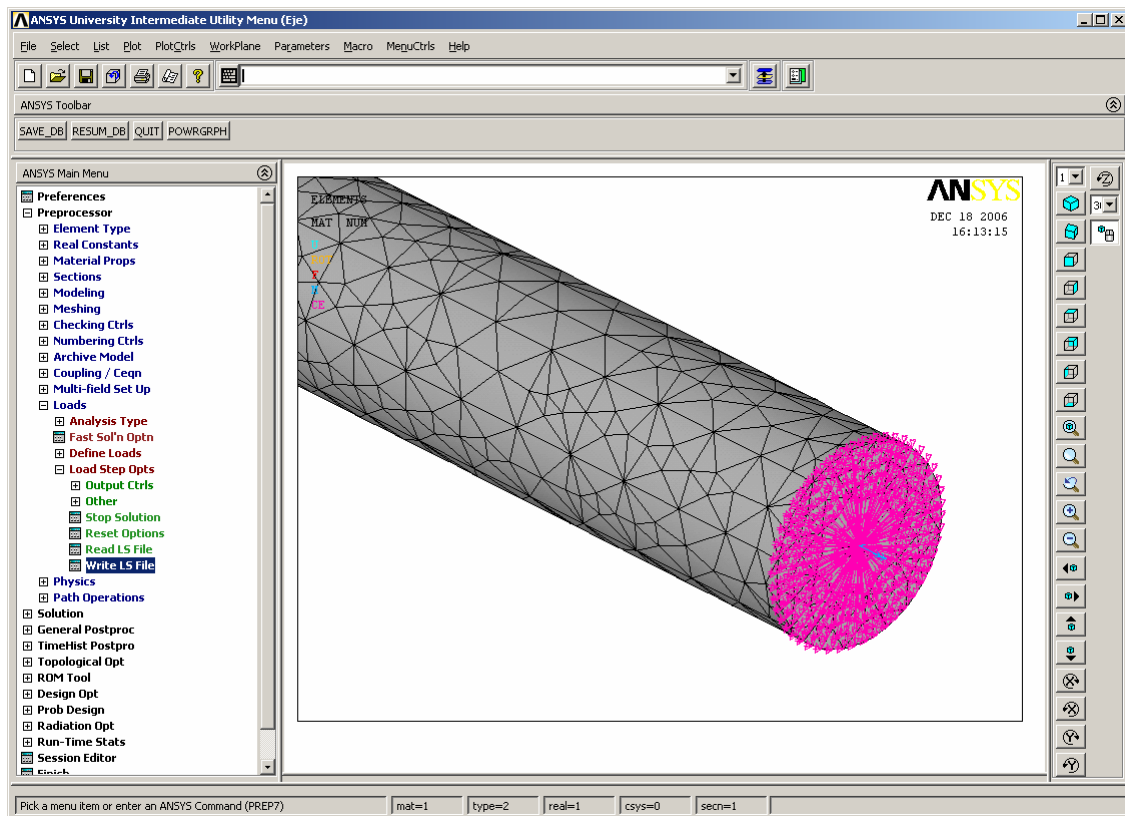


Fig. 9.- Almacenamiento de un Load Step

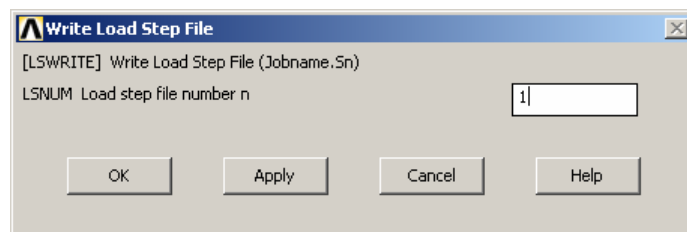


Fig. 10.- Especificación del número del Load Step

En la Fig. 11 se muestran las fuerzas actuantes sobre el modelo de elementos finitos asociados a las cargas que producen tensiones medias. La Fig. 12 muestra las fuerzas aplicadas sobre keypoints que han dado lugar a las fuerzas de la Fig. 11.

LIST NODAL FORCES FOR SELECTED NODES							1	TO	7417	BY	1	
CURRENTLY SELECTED NODAL LOAD SET=							FX	FY	FZ	MX	MY	MZ
NODE	LABEL	REAL	IMAG									
5	FY	500.000000	0.00000000									
5	MX	100.000000	0.00000000									
5	MY	500.000000	0.00000000									

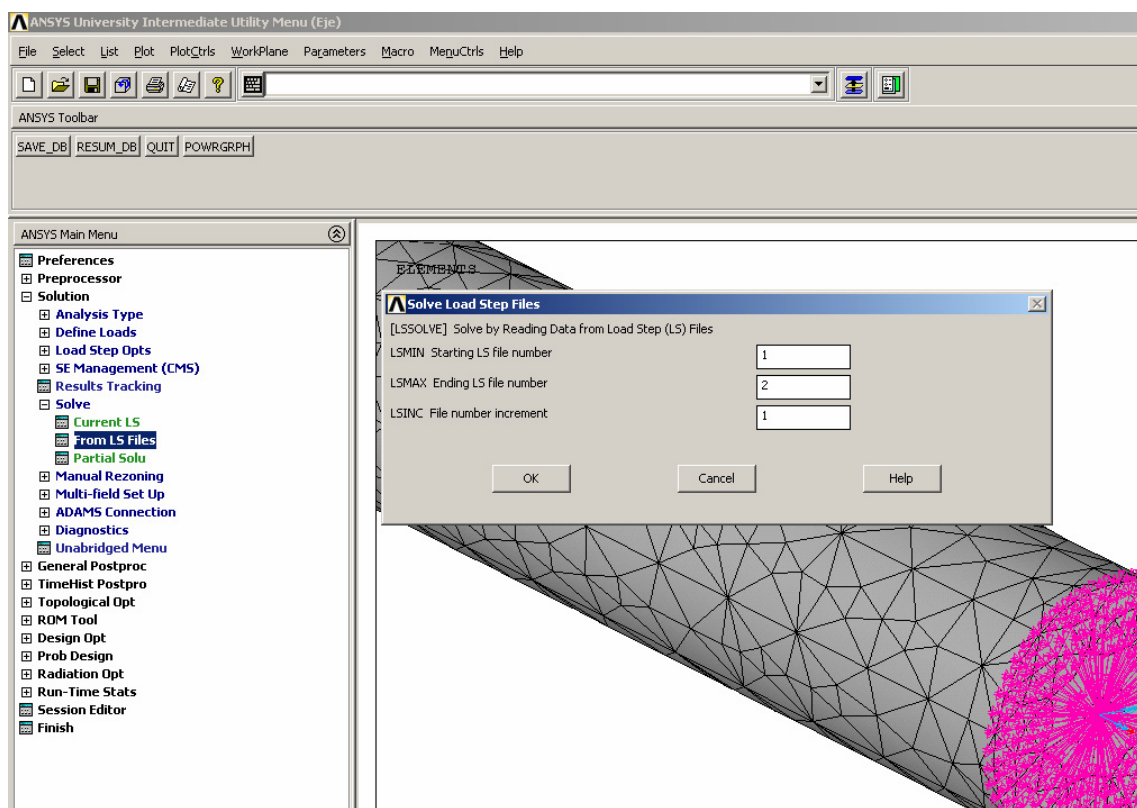
Fig. 11.- Listado de fuerzas en nodos

CURRENTLY SELECTED LOAD SET=						
KEYPOINT	LOAD LAB	VALUE(S)	FX	FY	FZ	MZ
4	FY	500.00				0.0000
4	MX	100.00				0.0000
4	MY	500.00				0.0000

Fig. 12.- Listado de fuerzas en keypoints

4.4 EVALUACIÓN Y COMBINACIÓN DE CASOS DE CARGA.

Para evaluar cada uno de los *LS files* almacenadas en disco, utilizaremos la opción de menú mostrada en la Fig. 13. Los resultados obtenidos se almacenarán en un fichero de resultados de extensión **.RST**, que contendría en el caso que nos ocupa 2 soluciones, la numerada con el número 1 asociada al fichero de extensión **.S01** (tensiones medias) y la numerada con el número 2 asociada al fichero de extensión **.S02** (tensiones alternantes).

Fig. 13.- Análisis de *LS files* y creación de fichero de resultados **.RST**

Para combinar cargas utilizaremos las opciones de menú **LOAD CASE** mostradas en la Fig. 14. En el Anexo 2 se describen los comandos del menú de Ansys asociados a la creación y combinación de casos de carga.



Fig. 14.- Opciones de menú utilizadas para combinar cargas.

Supongamos que se han definido 2 casos de carga correspondientes a cargas medias y a cargas alternantes, que se han almacenado en ficheros mediante LSWRITE y que se han calculado con LSSOLVE y que se dispone del archivo *Jobname.rst* antes mencionado que contiene los resultados de los casos definidos. Sean el caso 1 y 2 los correspondientes a las cargas medias y a las alternantes, respectivamente, y considérese que el factor que premultiplica a las tensiones medias es S_y/S_e . Así, las tensiones estáticas equivalentes se obtendrán ejecutando la siguiente secuencia de comandos de ANSYS:

LCZERO	Borra los resultados de la memoria
LCDEF,1,1,,	Define como caso 1 al primer caso almacenado en el archivo <i>Jobname.rst</i> (cargas medias)
LCDEF,2,2,,	Define como caso 2 al segundo caso almacenado en el archivo <i>Jobname.rst</i> (cargas alternantes)
LCFACT,2,#Valor,	Asocia el factor $S_y/S_e = \#Valor$ al caso de carga identificado con 2 (cargas alternantes)
LCASE,1,	Carga en memoria los resultados del caso 1 (cargas medias)
LCOPER,ADD,2, , ,	Suma a los anteriores, los resultados del caso 2 (cargas alternantes), multiplicados por el factor definido mediante LCFACT. Las tensiones de von Mises que se calculen con estos resultados son las tensiones estáticas equivalentes.
LCWRITE,1,'fatiga'	Almacena en disco, en un archivo de nombre <i>fatiga.101</i> los resultados actualmente en memoria (cargas estáticas equivalentes)

Para recuperar en otra ocasión estos resultados guardados en disco, basta con asociar un identificador numérico con el fichero correspondiente (LCFILE), y ejecutar LCASE.

ANEXO 1: CÁLCULO CURVAS S-N EN ACEROS

Para el acero se estima el límite de fatiga como:

$$S'_e = 0.5 S_{ut} \quad (S_{ut} \leq 1400 \text{ MPa}) \quad S'_e = 700 \text{ MPa} \quad (S_{ut} > 1400 \text{ MPa})$$

Para aceros, en 10^3 ciclos se estima la tensión de fatiga como $0.9 S_u$.

Factores modificativos del límite de fatiga: $S_e = k_a k_b k_c k_d k_e S'_e / k_f$

Factor de superficie: Para aceros y vida infinita: $k_a = a S_u^b$

ACABADO SUPERFICIAL	Factor a (MPa)	Exponente b
Rectificado	1.58	-0.085
Mecanizado o laminado en frío	4.51	-0.265
Laminado en caliente	57.7	-0.718
Forjado	272.0	-0.995

Factor de tamaño k_b en flexión rotativa y torsión en 10^6 : $k_b = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.1133} \quad 2.79 \leq d \leq 51 \text{ mm}$

Para tamaños superiores, k_b varía entre 0.6 y 0.75

Factor de tipo de carga k_c

$$k_c = \begin{cases} 0.923 & \text{Carga axial } S_u \leq 1520 \text{ MPa} \\ 1 & \text{Carga axial } S_u > 1520 \text{ MPa} \\ 1 & \text{Flexión} \\ S_{sy}/S_y & \text{Torsión y cortante} \begin{cases} \text{von Mises} \rightarrow 0.577 \\ \text{Tresca} \rightarrow 0.500 \end{cases} \end{cases}$$

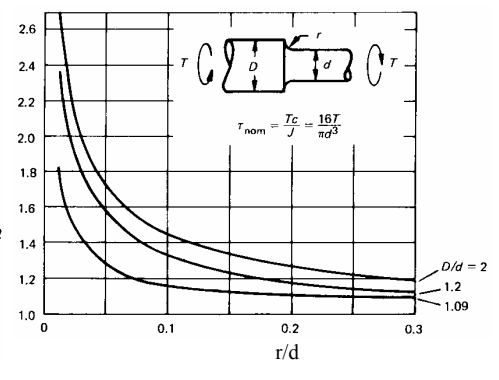
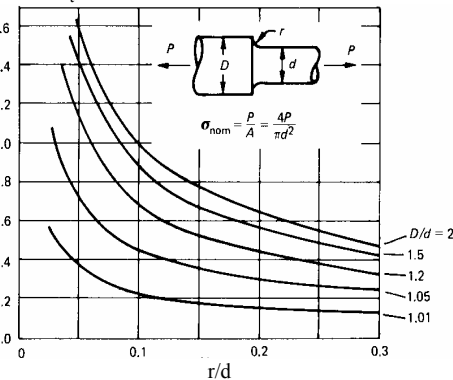
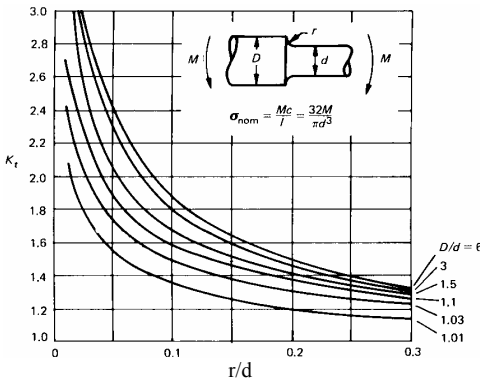
Factor de temperatura k_d para aceros:

T_s , °C	20	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600
k_d	1.000	1.010	1.020	1.025	1.020	1.00	0.975	0.927	0.922	0.840	0.766	0.670	0.546

Confiabilidad k_e

Confiabilidad	0.5	0.9	0.95	0.99	0.999
Factor de corrección	1.0	0.897	0.868	0.814	0.753

Efecto del concentrador de tensiones: $k_t = \sigma / \sigma^{nom}$



Factor de sensibilidad a la entalla:

$$q = \frac{k_f - 1}{k_t - 1}$$

se puede estimar como:

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}}$$

Para carga axial o de flexión:

- $\alpha = 0.51 \text{ mm}$ (aleaciones de aluminio)
- $\alpha = 0.25 \text{ mm}$ (aceros de bajo contenido en carbono recocidos o normalizados)
- $\alpha = 0.064 \text{ mm}$ (aceros templados y revenidos)
- $\alpha = 0.025 (2070 \text{ MPa}/S_u) \text{ mm}$ (aceros con $S_u \geq 550 \text{ Mpa}$)

Para torsión se multiplican los valores anteriores por 0.6

ANEXO 2: COMANDOS RELACIONADOS A LA COMBINACIÓN DE CASOS DE CARGA.

- LSWRITE:** Almacena la definición de las cargas y condiciones de contorno asociadas a un caso de carga. Pide un número identificador del caso. Guarda la información en un fichero de texto (*Jobname.s??*, siendo ?? el número anterior, con dos cifras).
Main Menu>Preprocessor>Loads>Load Step Opts>Write LS File
O también
Main Menu>Solution>Load Step Opts>Write LS File
- LSSOLVE:** Resuelve con cargas y condiciones de contorno definidas en ficheros. Pide el número inicial, el final y el incremento de los casos de carga a resolver. Genera un archivo binario (*Jobname.rst*) con los resultados de todos los casos resueltos.
Main Menu>Solution>Solve>From LS Files
- LCZERO:** Borra los resultados de la memoria (no del disco).
Main Menu>General Postproc>Load Case>Zero Load Case
- LCWRITE:** Almacena los resultados actualmente en memoria en un archivo binario. Pide un número arbitrario (01-99) y un nombre para el archivo (opcional, por defecto *Jobname*). La extensión del archivo es de la forma *.l??*, donde ?? es el número que se haya indicado, con dos cifras.
Main Menu>General Postproc>Load Case>Write Load Case
- LCDEF:** Asocia un identificador numérico arbitrario (01-99) a los resultados de un caso de carga de un fichero *.rst*.
Main Menu>General Postproc>Load Case>Create Load Case
- LCFILE:** Asocia un identificador numérico arbitrario (01-99) a los resultados de fichero creado mediante LCWRITE.
Main Menu>General Postproc>Load Case>Create Load Case
- LCFACT:** Asocia un factor de escala a un caso de carga. Solicita el identificador numérico del caso de carga y el factor de escala.
Main Menu>General Postproc>Load Case>Calc Options>Scale Factor
- LCASE:** Carga en memoria los resultados asociados al identificador numérico que se indique, afectados por el factor definido mediante LCFACT.
Main Menu>General Postproc>Load Case>Read Load Case
- LCOPER,ADD:** Suma a los resultados actualmente en memoria, los asociados al identificador numérico que se indique, afectados por el factor de escala definido mediante LCFACT.
Main Menu>General Postproc>Load Case>Add