MANUAL DE LABORATORIO HIDRÁULICA

PRÁCTICA 5

COEFICIENTE DE RUGOSIDAD DE MANNING

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL

Contenido

Laboratorio 5. Coeficiente de Manning

1. Marco teórico

La velocidad promedio de un flujo uniforme puede calcularse de manera aproximada utilizando ecuaciones semi-empíricas, de flujo uniforme. Todas estas ecuaciones tienen la forma:

$V_p = CR^x S^y$	*Ecuación 1*

Donde:

$V_p =$ Velocidad promedio

$R =$ Radio hidráulico

$S =$ Pendiente longitudinal del canal

$X, Y =$ Coeficientes

La ecuación de chezy, desarrollado en 1789 y la de Manning, desarrollada en 1889 son dos ecuaciones de común uso en el diseño de canales abiertos.

Con referencia a la *figura 1* la definición de flujo uniforme requiere que las fuerzas de resistencia del flujo sean exactamente iguales a las fuerzas causantes del movimiento. La fuerza causante del movimiento es la de la gravedad y la que se puede escribir como:

$F_m = W \; sen \, \theta = \gamma \, A \, L \; sen \, \theta$	*Ecuación 2*

Donde:

$W =$ Peso del fluido dentro del volumen de control

$\gamma =$ Peso específico del fluido

$A =$ Área de la sección transversal

$L =$ Longitud del volumen de control

$\theta =$ Ángulo de pendiente longitudinal del canal

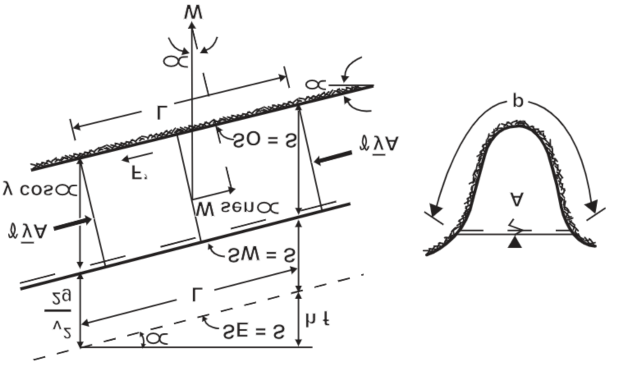

Ilustración 1:Definición esquemática de las variables para la derivación de la ecuación de Chezy

Si θ es pequeño, que generalmente es el caso, entonces $sen\ \theta \approx S_0$

Que supone que la fuerza de fricción por unidad de área del perímetro del canal es proporcional al cuadrado de la velocidad promedio o:

$F_r \propto {V_p}^2$	*Ecuación 3*

Entonces para un canal de longitud L, perímetro mojado P, la fuerza de resistencia es:

$F_r = L\ P\ K\ {V_p}^2$	*Ecuación 4*

Dónde K es una constante de proporcionalidad.

Ahora, igualando las dos fuerzas tenemos:

$\gamma\ A\ S_0 = P\ K\ {V_p}^2$ $V_p = \left(\frac{\gamma}{K}\right) \sqrt{R\ S_0}$	*Ecuación 5*

Por conveniencia se define:

$C = \frac{\gamma}{K}$	*Ecuación 6*

Dónde C se conoce como el coeficiente de chezy. La ecuación de Manning es el resultado del proceso de un ajuste de curvas, y por lo tanto, es completamente empírico en su naturaleza. En el sistema internacional de unidades, la ecuación de Manning es:

$V_p = \frac{\emptyset}{n}\ R^{2/3}\ S^{1/2}$ o $Q = \frac{\emptyset}{n}\ A\ R^{2/3}\ S^{1/2}$	*Ecuación 7*

Dónde *n* es el coeficiente de resistencia de Manning y Ø es un coeficiente que depende del sistema de unidades. En el sistema internacional Ø es igual a la ecuación de Manning puede ser convertida a unidades inglesas analizando las unidades de Ø:

$\emptyset = \left[\frac{m^{1/3}}{s}\right] \rightarrow \emptyset = 3.28^{1/3}\left[\frac{ft^{1/3}}{s}\right] = 1.486\left[\frac{m^{1/3}}{s}\right]$	*Ecuación 8*

Por lo tanto, la ecuación de Manning en unidades inglesas es:

$V_p = \frac{1.486}{n} R^{2/3} S^{1/2}$	*Ecuación 9*

En vista que las ecuaciones de chezy y Manning, Manning, describen un mismo fenómeno, los coeficientes C y n deben estar relacionados. Al igualar las ecuaciones se obtiene:

$C = \frac{\emptyset}{n} R^{1/6}$	*Ecuación 10*

1.1. Estimación del coeficiente de resistencia

La principal dificultad de utilizar la ecuación de Manning o Chezy en la práctica, consiste en estimar adecuadamente el valor apropiado del coeficiente de resistencia. En general, se espera que n y C dependen del número de Reynolds del flujo, de la rugosidad de la frontera y de la forma de la sección transversal del canal. Esto es equivalente a suponer que n y C se comportan de una manera análoga al factor de fricción de Darcy-Weisbach, empleado para determinar la resistencia de flujos en tuberías[1].

$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2\,g}$	*Ecuación 11*

$R = \frac{A}{P} = \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\pi D} = \frac{D}{4\,R} \rightarrow D = 4R$	*Ecuación 12*

$\frac{h_f}{L} = S = \frac{f\,{V_p}^2}{8\,R\,g}$	*Ecuación 13*

Entonces

$n = \emptyset\, R^{1/6} \left[\frac{f}{8\,g}\right]^{1/2} y \quad C = \left[\frac{f}{8\,g}\right]^{1/2}$	*Ecuación 14*

En la estimación de un valor apropiado para n, es necesario un conocimiento de los factores que determinan el valor de n, ya que, en bastantes situaciones aplicadas, el valor de n es función de muchas variables como:

1) Superficie rugosa
2) Vegetación
3) Irregularidad de canales
4) Presencia de obstrucciones
5) Alineamiento del canal
6) Sedimentación y erosión
7) Nivel del agua y descarga

1.2. Canales con rugosidad compuesta

en muchos canales artificiales y en la mayor parte de los canales naturales, la rugosidad varía a lo largo del perímetro del canal, en estos casos a veces es necesario calcular un valor equivalente del coeficiente de rugosidad para todo perímetro, este coeficiente de rugosidad efectivo se emplea entonces en el cálculo del tirante normal en todo el canal. Varios métodos para estimular el coeficiente de rugosidad equivalente para canales naturales, artificiales y de laboratorio se presentan. En un canal natural el área se divide en N partes cada una de las cuales tiene asociado un perímetro mojado P_i y un coeficiente de rugosidad $n_i$conocidos. En estos métodos, los perímetros mojados no incluyen las fronteras imaginarias entre las subsecciones. Los métodos de cálculo del coeficiente de rugosidad para este tipo de canal son:

Horton (1933), Einstein y Banks (1950) desarrollaron por separado un método que supone que cada división del área tiene la misma velocidad media de la sección total o:

$V_p = V_{pp} = V_{p2}$	*Ecuación 15*

Entonces:

$n_{eq} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} P_i {n_i}^{1.5}}{P}\right]^{2/3}$	*Ecuación 16*

P: Perímetro mojado en la sección completa.

si se supone que la fuerza cortante total es igual a la suma de las fuerzas cortantes en cada subsección, entonces:

$n_{eq} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} P_i {n_i}^2}{P}\right]^{1/2}$	*Ecuación 17*

Si se supone que el gasto total de la sección es igual a la suma de los gastos en caso de producción entonces:

$n_{eq} = \frac{P\ R^{5/3}}{\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{P_i {R_i}^{5/3}}{n_i}\right)}$	*Ecuación 18*

Donde:

R_i: Radio hidráulico de cada subsección

R: Radio hidráulico de la sección completa

en el método atribuido por COX (1973), se calcula n_{eq} por:

$n_{eq} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(A_i\ n_i)^{3/2}}{A}\right]^{2/3}$	*Ecuación 19*

En general cualquiera de los 5 métodos descritos anteriormente es satisfactorio para estimar los valores equivalentes de n para canales naturales o artificiales, aunque no se conoce la precisión y aplicabilidad de las estimaciones resultantes

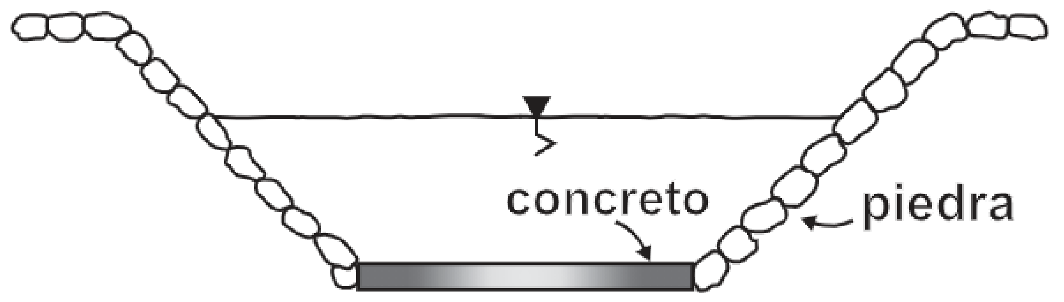

Ilustración 2: Canal con rugosidades compuestas[2]

2. Objetivos:

1) Conocer la ecuación de Manning y su utilidad.
2) verificar la utilidad para la estimación de n de la ecuación de Manning, comparando el valor del coeficiente obtenido experimentalmente en el valor teórico correspondiente al de un canal de vidrio.
3) establecer las condiciones de flujo para cada caudal.
4) analizar los resultados obtenidos y los posibles factores de error, plantear soluciones para minimizar los posibles errores.

3. Procedimiento

1) Me iré el ancho B y la longitud del canal (entre apoyos).
2) encender el sistema de bombas para que se inicie el flujo por el canal.
3) fijar una pendiente en el canal, esto se hace con la ayuda del gato hidráulico.
4) estabilizado el flujo en el canal, tomar 3 lecturas de la profundidad en diferentes puntos a lo largo del canal.
5) tomar la lectura del caudal en el medidor electromagnético.
6) variar el caudal en el canal y repetir los pasos 4 y 5.
7) repetir los pasos 3 a 6 (variando la pendiente del canal).

4. Equipo Utilizado

1) Canal rectangular de vidrio.
2) Regla o metro
3) Medidor de flujo electromagnético de caudal.
4) Sistema de bombeo.

5. Datos

Q1 [L/s]	26.56	26.32	26.35

Delta H [cm]	Y1 [cm]	Y2 [cm]	Y3 [cm]
2	10	10.1	9.8
4	6.9	6.8	6.6

Q2 [L/s]	22.1	22.35	22.16

Delta H [cm]	Y1 [cm]	Y2 [cm]	Y3 [cm]
3	7.5	7.3	7.6
5	6	6	5.8

6. Cálculo Tipo:

Para el cálculo tipo se escogió un ∆H=2[cm], para facilidad de calculos se toman todas las unidades del SI.

Pendiente del canal (So)

$$s_0 = \frac{\Delta H}{Lcanal}$$

$$s_0 = \frac{0{,}02}{8{,}3} * 100 = 0.241\ \%$$

La y_{normal} se estima promediando los tres valores medidos para cada caso

$$y_{prom} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

$$y_{prom} = \frac{0.100 + 0.101 + 0.098}{3} = \ 0.100[m]$$

Perimetro mojado (P)

$$P = 2 * Yprom + b$$

$$P = 2 * 0{,}100 + 0{,}412 = 0.611\ [m]$$

Área mojada (A)

$$A = y_{prom} * b$$

$$A = 0{,}100 * 0{,}412 = 0.041\ [m^2]$$

Radio Hidráulico (R)

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{0.041}{0.611} = 0.067\ [m]$$

Caudal (Qprom)

$$Q_{prom} = \frac{Q_1 + Q_1 + Q_3}{3}$$

$$Q_{prom} = \frac{(26.56 + 26.32 + 26.35)e^{-3}}{3} = 26.41\ E - 3\ [\frac{m^3}{s}]$$

Coeficiente de Manning (n)

$$n_{exp} = \frac{1}{Q} A * R^{\frac{2}{3}} s_0^{\frac{1}{2}}$$

$$n_{exp} = \frac{1}{26.41E - 3} 0.041 * (0.067)^{\frac{2}{3}} (0.00241)^{\frac{1}{2}} = 0{,}0126$$

El porcentaje de error (%E) puede ser calculado teniendo en cuenta que el coeficiente de Manning para el acrílico es 0.011:

$$\%E = \frac{|n_{teo} - n_{exp}|}{n_{teo}} * 100$$

$$\%E = \frac{|0.011 - 0.0126|}{0.011} * 100 = 14.7\%$$

Para estimar el tipo de flujo en el canal durante el experimento se calcula el número de Froude. Para calcular la pendiente crítica para el canal es necesario calcular la *Yc*, y estimar la pendiente crítica *Sc* de la ecuación de Manning y sustituir *Yc* por *Ynormal*. El número de Froude para un canal rectangular se define como:

Tirante crítico (Yc)

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{0{,}02641}{0{,}412} = 0{,}0641\ [\frac{\frac{m3}{s}}{m}]$$

Número de Froude (Fr)

Se asume una gravedad de 9,81 [m/s2]

$$Fr = \sqrt{\frac{q^2}{9{,}81 * y^3}}$$

$$Fr = \sqrt{\frac{0.0641^2}{9{,}81 * 0.100^3}} = 0.650$$

$$Yc = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

$$Yc = \sqrt[3]{\frac{0{,}0641^2}{9{,}81}} = 0{,}0748[m]$$

Área Critica (Vc)

$$A_c = b * y_c$$

$$A_c = 0.421 * 0.0748 = 0.0308[m^2]$$

Perimetro Crítico (Pc)

$$P_c = b + 2 * y_c$$

$$P_c = 0.412 + 2 * 0.0748 = 0.5616\ [m]$$

Radio hidráulico crítico (Rc)

$$Rc = \frac{A_c}{P_c}$$

$$Rc = \frac{0.0308}{0.5616} = 0{,}0549\ [m]$$

Pendiente crítica del canal (Sc)

$$Sc = \left(\frac{Q * n_{exp}}{A_c * R_c^{2/3}}\right)^2$$

$$Sc = \left(\frac{0.02641 * 0{,}0114}{0.0308 * (0{,}0549)^{\frac{2}{3}}}\right)^2 = 0.4589\%$$

Tipo de flujo

Ya que el número de Froude es menos a 1, estamos tratando un flujo subcrítico

7. Resultados

Delta H [cm]	So	Y1 [cm]	Y2 [cm]	Y3 [cm]	Yprom [m]
2	0,241%	10,0	10,1	9,8	0,100
3	0,361%	7,5	7,3	7,6	0,075
4	0,482%	6,9	6,8	6,6	0,068
5	0,602%	6,0	6,0	5,8	0,059

Tabla 1: Resultados parte 1

P [m]	A [m²]	R [m]	Q [m³/s]	n Exp	%E
0,611	0,041	0,067	26,41E-3	0,0126	14,7%
0,561	0,031	0,055	22,20E-3	0,0120	9,3%
0,547	0,028	0,051	26,41E-3	0,0101	8,5%
0,531	0,024	0,046	22,20E-3	0,0110	0,2%

Tabla 2: Resultados parte 2

Fr	Yc [m]	Ac [m²]	Pc [m]	Rc [m]	Sc	Tipo de flujo
0,650	0,0748	0,0308	0,5616	0,0549	0,4589%	Subcrítico
0,843	0,0666	0,0275	0,5453	0,0504	0,4585%	Subcrítico
1,163	0,0748	0,0308	0,5616	0,0549	0,4589%	Supercrítico
1,191	0,0666	0,0275	0,5453	0,0504	0,4585%	Supercrítico

Tabla 3: Resultados parte 3

8. Observaciones y Conclusiones

¿Para qué condiciones en un canal se debe utilizar cada una de las ecuaciones de cálculo de n?

Estimar la variación del caudal con la profundidad en un canal circular asumiendo n constante. Graficar Q/Q0 contra y/D, dónde y es la profundidad, D diámetro de la tubería, Q caudal para una profundidad y, y Q0 es el caudal a tubo lleno.

¿Qué conclusiones se pueden extraer de esta gráfica?

9. Referencias Bibliográficas

[1] V. T. CHOW, *HIDRAULICA DE CANALES ABIERTOS*. Santafe de Bogota: McGraw-Hill, 2000.

[2] M. V. Béjar, *Hidráulica de canales*. Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2008.